ГАООРТ «Государственный лицей Республики Тыва»

Составитель: Троякова Г.А.

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ
по математике

Профильное обучение 10 класс

Кызыл - 2016

Составитель: Троякова Г. А. - учитель математики ГАООРТ «Государственный лицей Республики Тыва»

Сборник будет полезен учителям при организации работы в профильных 10-11 классах. Материалы основаны на авторской программе по математике профильного уровня для 10 класса под ред. А.Г. Мордковича.

Учебно-методический комплекс

I. Алгебра и начала анализа

Основная:

1. Мордкович А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень). / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. – 9-е изд., стер.- М.: Мнемозина, 2013. – 424 с.: ил.
2. Мордкович А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень)/ (А. Г. Мордкович и др); под ред. А. Г. Мордковича. – 10-е изд., стер.- М.: Мнемозина, 2013. – 343 с.

Дополнительная:

1. Методическое пособие для учителя «Алгебра и начала анализа» 10, 11 классы. (профильный уровень)/ А.Г. Мордкович, П.В. Семенов.-2-е изд., стер. - М.: 2014. - 240с.
2. Глизбург В. И. Контрольные работы «Алгебра и начала анализа» 10, 11 классы. (профильный уровень)/ В.И. Глизбург.-3-е изд., стер.- М.: Мнемозина, 2014.- 61 с.
3. Семенов П. В. Учебное пособие «ЕГЭ. Шаг за шагом»./ Семенов В. П.- М.: Мнемозина, 2014.- 263с.

Учебно-методический комплекс соответствуют требованиям образовательного стандарта по курсу алгебры и начала анализа профильного уровня. Тематическое планирование позволяет использовать УМК в трех вариантах: из расчета 8, 7 или 6 часов в неделю на математику, в том числе 6, 5 или 4 часа в неделю соответственно на курс алгебры и начала анализа.

УМК характеризуется рациональным сочетанием четкости и доступности изложения материала, приоритетностью функционально-графической линии, наличием большого числа примеров с подробными решениями. В задачнике представлена трехуровневая система упражнений, выстроенная по каждой изучаемой теме. Количество заданий достаточно для работы в классе и дома, не требует привлечения дополнительных источников.

II. Геометрия

Основная:

1. Геометрия. 10-11: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / [Л.С.Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.]. – 21-е изд. – М.: Просвещение, 2012. – 256 с.: ил.- (МГУ — школе).

Дополнительная:

1. Гайштут А.Г., Литвиненко Г.Н. Стереометрия: Задачник к школьному курсу. 10-11 класс. – М.: АСТ-ПРЕСС: Магистр-S, 2014. – 128 с.
2. Ершова А.П., Голобородько В.В. Самостоятельные и контрольные работы по геометрии для 10 класса. – М.: Илекса, 2014. – 160 с.

1. Ершова А.П., Голобородько В.В. Устные проверочные и зачетные работы по геометрии для 10-11 класса. – М.: Илекса, 2014. – 112 с.
2. Литвиненко В.Н. Рабочая тетрадь по геометрии для 10 класса. - М.: Вербум-М, 2001. – 128 с.
3. Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. Контрольные работы по геометрии. 10-11 классы. Методическое пособие / Е.В. Потоскуев, Л.И. Звавич. - М.: Дрофа, 2014. – 224 с.

4. Рабинович Е.М. Задачи и упражнения на готовых чертежах. 10-11 классы. Геометрия. – М.: Илекса, 2006. – 60 с.
5. Смирнова И.М. Устные упражнения по геометрии для 7-11 классов: Кн. для учителя / И. М. Смирнова, В. А. Смирнов. – М.: Просвещение, 2014. – 174 с.: ил.
6. Шарыгин И.Ф. Геометрия. Стереометрия. 10-11 кл.: пособие для учащихся. 2-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2014. – 272 с.: ил. – (Задачники «Дрофы»).

Система оценки знаний обучающихся

Алгебра и начала анализа

Таблица расчета баллов

Вид работы	Обозначения	Оценивание работы в баллах		
		min	opt	max
Самостоятельная работа	СР	2	4	5
Математический диктант	МД	2	4	5
Контрольная работа на 1 час	КР	4	7	9-10
Контрольная работа на 2 часа	КР	8	14	18-20
Индивидуальная работа (творческая)	ИР	2	6	18-20
Домашняя контрольная работа	ДКР	4	8	10
Домашнее задание на повторение	ДЗ$_{п}$	2	4	5
Домашнее задание на закрепление изучаемого материала	ДЗ	1	1	2
Конспект теоретического материала	КТ	4	8	10
Работа с интернет ресурсами (1р /месяц)	ИКТ	4	8	16

Номер урока	Содержание	Вид работы	Баллы
1-4	Повторение материала 7-9 классов	СР, МД, Т КР ДКР ИР ДЗ$_{п}$ ДЗ КТ	5 ·12 = 60 20 10 20 5 · 8 = 40 2 · 8 = 16 10
5-16	Числовые функции, способы задания. График функции. Операции над функциями. Композиция функций. Преобразование графиков функций. Графики линейной, квадратичной и дробно-рациональной функций. Четные и нечетные функции. Возрастание и убывание функций.		
17-20	Периодические функции. Обратная функция.		
Итого за сентябрь			176
21-26	Радианная мера угла. Определение синуса, косинуса. Тангенса и котангенса. Зависимость между функциями одного аргумента. Формулы приведения. Формулы двойного и половинного аргумента. Формулы понижения степени. Введение вспомогательного аргумента.	СР, МД, Т КР ДКР ИР ДЗ$_{п}$ ДЗ КТ	5 ·12 = 60 20+10=30 10 20 5 · 8 = 40 2 · 8 = 16 10
27-32	Формулы двойного и половинного аргумента. Формулы понижения степени. Введение вспомогательного аргумента. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и обратно. Контрольная работа.		
33-40	Тригонометрические функции: синус, косинус, тангенс, котангенс. Четные, нечетные тригонометрические функции. Гармонические колебания. Построение и преобразование графиков.		
Итого за октябрь			186
41-56	Решение простейших тригонометрических уравнений. К.Р. Определение арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса. Основные методы решения тригонометрических уравнений. К.Р.	СР, МД, Т КР ДКР ИР ДЗ$_{п}$ ДЗ КТ	5 ·12 = 60 20+10=30 10 20 5 · 8 = 40 2 · 8 = 16 10
57-60	Простейшие тригонометрические неравенства Доказательство и решение тригонометрических неравенств		
Итого за ноябрь			186
61-66	Уравнения и неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции. Контрольная работа	СР, МД, Т КР	5 ·12 = 60 20+10=30

67-76	Действительные числа и бесконечные десятичные дроби. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические действия над действительными числами. Обращение периодических десятичных дробей в обыкновенные. Координаты на прямой и на плоскости. Координаты точки, делящей отрезок в данном отношении. Расстояние между двумя точками. Контр. работа.	ДКР ИР ДЗ$_п$ ДЗ КТ	10 20 $5 \cdot 8 = 40$ $2 \cdot 8 = 16$ 10
77-80	Повторение материала за 1-ое полугодие. Итоговая работа за 1 полугодие.		
Итого за декабрь			186
81-84	Тождественные преобразования целых рациональных выражений. Метод математической индукции. Доказательство тождеств и неравенств Методом математической индукции. Контрольная работа.	СР, МД, Т КР ДКР ДЗ$_п$ ДЗ КТ	$5 \cdot 6 = 30$ 10+10=20 10 $5 \cdot 4 = 20$ $2 \cdot 4 = 8$ 10
85-90	Многочлены от одной переменной. Деление многочленов с остатком. Теорема Безу. Схема Горнера. Рациональные и целые корни многочлена. Теорема Виета. Контрольная работа.		
Итого за январь			98
91-98	Равносильные уравнения и неравенства. Основные методы решения уравнений. Решение и доказательство неравенств. Контрольная работа.	СР, МД, Т КР ДКР ИР ДЗ$_п$ ДЗ КТ	$5 \cdot 12 = 60$ 20+10=30 10 20 $5 \cdot 8 = 40$ $2 \cdot 8 = 16$ 10
97-102	Числовые последовательности. Предел последовательности. КР		
103-110	Бесконечно малые функции. Операции над бесконечно малыми функциями. Предел функции на бесконечности. Свойства. Бесконечно большие функции. Горизонтальные и наклонные асимптоты		
Итого за февраль			186
111-120	Предел функции в точке и его свойства. Непрерывные функции. Точки разрыва. Вертикальные асимптоты. Арифметические операции над непрерывными функциями. Теоремы о промежуточных значениях функций, непрерывных на отрезке. К.Р.	СР, МД, Т КР ДКР ИР ДЗ$_п$ ДЗ КТ	$5 \cdot 12 = 60$ 20+10=30 10 20 $5 \cdot 8 = 40$ $2 \cdot 8 = 16$ 10
121-130	Приращение функций. Дифференцируемые функции. Производные. Физический смысл производной. Дифференциал. Приближенные вычисления. Геометрический смысл производной. Касательная прямая к графику функции и ее уравнение. Непрерывность дифференцируемой функции. Техника дифференцирования.		
Итого за март			**186**
131-140	Вторая производная. Контрольная работа. Необходимое условие экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. К.Р.	СР, МД, Т КР ДКР ИР ДЗ$_п$ ДЗ КТ	$5 \cdot 12 = 60$ 20=20 10 20 $5 \cdot 8 = 40$ $2 \cdot 8 = 16$ 10
141-150	Теорема Лагранжа и ее следствия. Исследование функции на возрастание, убывание, выпуклость и точки перегиба.		
Итого за апрель			**176**
151-156	Полное исследование функций с применением производной. Контрольная работа.	СР, МД, Т КР ДЗ$_п$ ДЗ КТ	$5 \cdot 12 = 60$ 20+20=40 $5 \cdot 8 = 40$ $2 \cdot 8 = 16$ 10
157-160	Доказательство неравенств с помощью производных. Бином Ньютона.		
161-170	Комплексное повторение курса алгебры, итоговые контрольные работы, тестирование, подготовка к экзамену.		
Итого за май			**166**

Геометрия

Таблица расчета баллов

Вид работы	Обозначения	Оценивание работы в баллах		
		min	opt	max
Самостоятельная работа	СР	2	4	5
Математический диктант	МД	2	4	5
Контрольная работа на 1 час	КР	4	7	9-10
Контрольная работа на на 2 часа	КР	8	14	18-20
Индивидуальная работа (творческая)	ИР	2	6	18-20
Домашняя контрольная работа	ДКР	4	8	10
Домашнее задание на повторение	ДЗ$_{п}$	2	4	5
Домашнее задание на закрепление изучаемого материала	ДЗ	1	1	2
Конспект теоретического материала	КТ	4	8	10
Работа с интернет ресурсами (1р /месяц)	ИКТ	4	8	16

Дата Номер урока	Содержание	Вид работы	баллы
1-12	Повторение планиметрии	СР МД Т КР КР$_{Д}$ ИЗ$_{пд}$ ИЗ$_{Д}$	5 · 6 = 30 5 5 20 10 5 · 8 = 40 2 · 8 = 16
Итого за сентябрь			136+4ИКТ
13-20	Повторение планиметрии	СР МД Т КР КР$_{Д}$ ИР ИЗ$_{пд}$ ИЗ$_{Д}$ КТ	5 · 6 = 30 5 5 10 10 20 5 · 6 = 30 2 · 8 = 16 10
21-24	Аксиомы стереометрии. Следствия из аксиом. Пирамида, элементы пирамиды. Задачи на построение.		
Итого за октябрь			136+4ИКТ
25-36	Параллельность прямых. Свойства. Единственность параллельной прямой. Параллельность прямой и плоскости. Свойства. Параллельность плоскостей. Признаки параллельности плоскостей. Свойства. Единственность параллельной плоскости. Параллелепипед. Его свойства. Призма, элементы призмы. Параллельное проектирование. Его свойства. Угол между прямыми. Скрещивающиеся прямые. Признак.	СР МД Т КР КР$_{Д}$ ИЗ$_{пд}$ ИЗ$_{Д}$ КТ	5 · 6 = 30 5 5 20 10 5 · 6 = 30 2 · 8 = 16 10
Итого за ноябрь			126+4ИКТ
37-42	Построение сечений простейших многогранников. Решение задач на построение.	СР МД	5 · 6 = 30 5

43-48	Ортогональность в пространстве. Перпендикулярность прямых. Перпендикулярность прямой и плоскости. Признак. Перпендикуляр к плоскости. Угол между прямой и плоскостью.	Т КР КР$_{Д}$ ИР ИЗ$_{пд}$ ИЗ$_{Д}$ КТ	5 10 10 20 5 · 6 = 30 2 · 8 = 16 10
Итого за декабрь			136+4ИКТ
49-52	Теорема о трёх перпендикулярах. Угол между плоскостями. Перпендикулярность плоскостей. Свойства. Ортогональное проектирование. Его свойства.	СР, МД, Т КР КР$_{Д}$ ИЗ$_{пд}$ ИЗ$_{Д}$	5 · 4 = 20 10 10 5 · 4 = 20 2 · 4 = 8
Итого за январь			68+4ИКТ
53-60	Расстояние в пространстве. Свойства точки равноудаленной от сторон многоугольника, равноудаленной от вершин многоугольника.	СР МД Т КР КР$_{Д}$ ИР ИЗ$_{пд}$ ИЗ$_{Д}$ КТ	5 · 6 = 30 5 5 10 10 20 5 · 6 = 30 2 · 8 = 16 10
61-62	Многогранный угол. Трехгранный угол. Теорема косинусов для трехгранного угла.		
63-64	Понятие многогранника. Элементы многогранника. Виды многогранников. Теорема Эйлера. Правильные многогранники.		
Итого за февраль			136+4ИКТ
65-68	Призма. Виды призм. Ортогональное сечение. Площадь полной поверхности. Правильная призма.	СР МД Т КР КР$_{Д}$ ИЗ$_{пд}$ ИЗ$_{Д}$ КТ	5 · 6 = 30 5 5 20 10 5 · 6 = 30 2 · 8 = 16 10
69-76	Пирамида. Виды пирамид. Правильная пирамида. Площадь полной поверхности. Свойства пирамид. Усеченная пирамида. Подобие пирамид. Площадь полной поверхности. Поверхности вращения. Сечения поверхностей вращения.		
Итого за март			136+4ИКТ
131-140	Вторая производная. Контрольная работа. Необходимое условие экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. К.Р.	СР МД Т КР КР$_{Д}$ ИР ИЗ$_{пд}$ ИЗ$_{Д}$ КТ	5 · 8 = 40 5 · 2 = 10 5 · 2 = 10 20=20 10 20 5 · 8 = 40 2 · 8 = 16 10
141-150	Теорема Лагранжа и ее следствия. Исследование функции на возрастание, убывание, выпуклость и точки перегиба.		
Итого за апрель			176+4ИКТ
151-156	Полное исследование функций с применением производной. Контрольная работа.	СР МД Т КР ИЗ$_{пд}$ ИЗ$_{Д}$ КТ	5 · 8 = 40 5 · 2 = 10 5 · 2 = 10 20+20=40 5 · 8 = 40 2 · 8 = 16 10
157-160	Доказательство неравенств с помощью производных. Бином Ньютона.		
161-170	Комплексное повторение курса алгебры, итоговые контрольные работы, тестирование, подготовка к экзамену.		
Итого за май			166

Контрольно-измерительные материалы по алгебре и началам анализа

1. Система домашних контрольных работ
2. Индивидуальные работы
3. Тематические тесты
4. Тематические математические диктанты
5. Итоговая контрольная работа

I. Система домашних контрольных работ

Система домашних контрольных работ, как правило, сопутствует текущим тематическим контрольным работам, но представляет собой более сложные задачи.

Обучающиеся не обязаны уметь решать все задачи, к обязательному уровню физико – математического класса относятся лишь 2-4 задачи, т.е. дается возможность выбрать свой уровень сложности.

Таблица расчета баллов

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8
Баллы	1	1	1	1	1	1	2	2
	Min - 4				**Opt -8**		**Max- 10**	

Контрольная работа. №1. Повторение за 9 класс

1. Сравните числа:

а) $\sin 4$ и $\cos 2$; б) $tg3$ и $ctg5$; в) $ctg\dfrac{15\pi}{7}$ и $\sqrt{3}$.

2. Вычислите без калькулятора:
$4(\cos^2 6^\circ + \cos^2 42^\circ + \cos^2 66^\circ + \cos^2 78^\circ)$.

3. Постройте график функции:
$y = \sin x + \sin|x| + |\sin x|$.

4. Найдите множество значений функции
$y = \dfrac{\sin 2x}{1 - \sin x - \cos x}$, $x \in \left[\pi; \dfrac{3\pi}{2}\right]$.

5. Найдите значение выражения
$\cos 6\alpha + \cos 2\alpha + 2\cos 4\alpha$, если $\sin 3\alpha + \sin\alpha = 1$.

6. Докажите тождество
$$\frac{\sin\alpha + \sin\beta - \sin\gamma + \sin(\alpha+\beta+\gamma)}{\cos\alpha + \cos\beta - \cos\gamma - \cos(\alpha+\beta+\gamma)} =$$
$$= tg\frac{\alpha+\beta}{2} ctg\frac{\alpha+\gamma}{2} ctg\frac{\beta+\gamma}{2}.$$

7. Дана функция $f(x)=2x^3+x^2-x$. Какие из чисел $f\left(\cos\frac{\pi}{4}\right), f\left(\cos\frac{\pi}{6}\right), f\left(\cos\frac{2\pi}{7}\right)$ рациональны?

8. Функция f - периодическая с периодом T=4, нечетная и для $x\in[0;2]$ ее значения вычисляются по формуле $f(x)=2x+x^2$.
а) Начертите график функции f.
б) Найдите $f(-27), f\left(\frac{47}{2}\right)$.
в) Решите уравнение $9f(-x)f(x-8)=5f(x+20)$.

Контрольная работа №2. Обратные тригонометрические функции.

1.Найдите:
а) $\sin\left(2\arcsin\frac{3}{5}\right)$; б) $tg^2\left(\frac{1}{2}\arccos\frac{2}{3}\right)$; в) $\arccos(\cos 5)$.

2. Найдите область определения функции
$y=\arcsin\frac{2}{x}+\sqrt{2x+3-x^2}$.

3. Сравните числа:
$\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$ и $arctg\frac{1}{4}+arctg\frac{3}{5}$.

4. Решите уравнение:
$\arcsin x=2arctg\frac{2x}{3}$.

5. Найдите все числа a и b, для которых выполняется условие
$$\begin{cases}2\arcsin a+3b=\frac{7\pi}{6},\\ 5b-\arccos(-a)=\frac{13\pi}{6}.\end{cases}$$

6. Решите неравенство:
а) $-\frac{4}{3}-\arcsin x>0$; б) $\arccos\frac{4x^2+x}{3}<\frac{\pi}{3}$.

7. Постройте график функции $f(x)=x+\arcsin(\sin x)$ и вычислите площадь фигуры, ограниченной графиком функции f и прямыми $y=0, x=\frac{5\pi}{2}$.

8. Для функции $y=\arcsin\sqrt{1-x^2}, x\in[-1;0]$ найдите обратную.

Контрольная работа №3. Тригонометрические уравнения. Простейшие сводимые к алгебраическим, однородные, введение вспомогательного аргумента.

1. Решите уравнение $\cos 2x = 3a - 2, a \in R.$

2. Решите уравнение:

а) $\left(\sin\frac{x}{2} + 2\cos\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\cos\frac{x}{2} + 2\sin\frac{x}{2}\right)^2 = 9 + \cos^2 x;$

б) $2\cos x + ctgx - 2\sqrt{3}\sin x - \sqrt{3} = 0$, если $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right];$

в) $\frac{\sin^2 x - 5\sin x\cos x + 2}{\sin x - \cos x} = 4\sin x + 2\cos x.$

3. Найдите все решения уравнения $\cos 2x = 5\cos x + 2,$ удовлетворяющие условию:

а) $\sin x \le 0;$ б) $x \in [\pi; 2\pi];$ в) $x \in [-\pi; 0].$

4. Решите уравнение

$3\sin(2 - x) - \sqrt{7}\cos(x - 2) = \sqrt{8}.$

5. Дано уравнение $\frac{tgx - a}{2\sin x - 1} = 0.$ Найдите все его решения для каждого $a \in R.$

6. Решите уравнение

$\sin\frac{3\pi(|x| - |x + 2|)}{4} = -1.$

7. Решите уравнение $\cos 2x + 3\sqrt{2}\sin x + 1 = 3\sqrt{2}.$ При каких значениях $a > 0$ уравнение имеет на отрезке $\left[\pi - \frac{8}{a}; \pi + \frac{8}{a}\right]$ ровно один корень?

8. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $\cos^2 x + (a - 1)\cos x + a - 1 = 0$ имеет на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ ровно три корня. Найдите эти корни.

Контрольная работа №4. Тригонометрические уравнения преобразование суммы в произведения и наоборот, понижение степени, универсальная подстановка.

1. Решите уравнение:

$\sqrt{11 - x} - \sqrt{16 - 2x} = \sqrt{x - 5}.$

2. Найдите все решения уравнения

$\sin x + \sqrt{\sin x + \sin 2x - \cos x} = \cos x.$ принадлежащие отрезку $[0; 2\pi].$

3. Решите неравенство:

а) $\sqrt{3 - x} - \sqrt{x} > \frac{1}{\sqrt{5}};$

б) $\sqrt{\log_4 x} \cdot \log_{8\sqrt{x}} 2 > \dfrac{1}{4}.$

4. Решите неравенство

$$\left(tg\frac{x}{2} - 2\sin x\right)\sqrt{13x - 12x^2 - 6} \geq 0.$$

5. Решите уравнение

$$arctg\,3x = \arccos 8x.$$

6. Решите уравнение

$$4x^2 - 6x - 3 + 11x\sqrt{2x-1} = 0.$$

7. Решите уравнение

$$\sqrt{2}\cos\frac{\pi x}{3} - \sqrt{x-7}\sin\frac{\pi x}{2} + \sqrt{2x-10} = 0.$$

8. Докажите, что уравнение $\sin^4 x + \cos^4 x = a$ разрешимо тогда и только тогда, когда $\sqrt{8a+11} + \sqrt{8a-3} \geq \sqrt{10a+9} + \sqrt{10a-5}.$

Контрольная работа №5. Нестандартные тригонометрические уравнения. Системы.

1. Решите уравнение:

а) $3x^2 + \sin^2 x = -3x^2 \cos x;$

б) $\arccos\dfrac{x}{3} + (x^2 - 5x + 6)^2 = 0;$

в) $\cos\left(x\sqrt{2}\right) - 2\sin^2 x = 1.$

2. Постройте график функции

$$y = 2 - \sqrt{\sqrt{3}\sin x + \cos x - 2},\ x \in [0;4\pi].$$

3. Решите уравнение

$$2\cos^2 x - (3 + 2x^2)\cos x + 1 + x^2 = 0.$$

4. Решите уравнение

$$(3\cos x + 2)^2 + \left(2tgx - \sqrt{5}\right)^2 = 0.$$

5. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sin x \cos 2y = (a^2 - 4)^2 + 1, \\ \cos x \sin 2y = a + 2. \end{cases}$$

6. Решите уравнение

$$2\pi \sin x = \left|x - \frac{\pi}{2}\right| - \left|x + \frac{\pi}{2}\right|.$$

7. Решите уравнение

$$(x+4)tg\,\frac{2\pi x^2}{x^4+16}=-\frac{4}{x}.$$

8. Найдите все значения параметра a, при которых области определения функций $f(x)=\frac{1}{\cos x}$ и $g(x)=\frac{1}{\cos x}+\frac{1}{a-\cos 2x}$ совпадают.

Контрольная работа № 6. Тригонометрические неравенства.

1. Решите неравенство:

а) $3\cos\frac{x}{2}-\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\le\sqrt{3};$

б) $tg\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)\ge-\sqrt{3}.$

2. Решите систему неравенств

$$\begin{cases}\sin 2x\le-\frac{\sqrt{2}}{2},\\ \cos x\ge-\frac{1}{2},\\ 0\le x\le 2\pi.\end{cases}$$

3. Найдите область определения функции:

$y=\sqrt{-1-2\cos x}+\sqrt{5x-x^2-4}.$

4. Решите неравенство

$11\cos x-\cos 2x\le 6,$ если $x\in[-\pi;0].$

5. Решите неравенство

$$4\sin x-\frac{5}{\sin x}>8.$$

6. На отрезке $0\le x\le\pi$ найдите все значения x, удовлетворяющие уравнению

$\sqrt{3}\cos x-\sin x=\sqrt{1+2\cos^2 x-\sqrt{3}\sin 2x}.$

7. Для каждого $a\ge 0$ решите неравенство

$4(\arcsin x)^2-3a\arcsin x-a^2\ge 0.$

8. Найдите все значения параметра a, при которых неравенство

$a\sin^2 x-(2-3a)\cos x+6-a>0$ выполняется при всех значениях x.

Контрольная работа №7. Многочлен от одной переменной.

1. Дан многочлен $P(x)=3(x^4+x-1)^5(x^5-x+1)^2$. Найдите:

а) степень многочлена; старший коэффициент и свободный член многочлена;

б) сумму всех коэффициентов в каноническом разложении многочлена.

2. Найдите остаток от деления многочлена
$2x^{100}-18x^{98}-7x^3-4x^2+63x+37$ на x^2-9.

3. Докажите, что многочлен $(x+1)^{2n+1}+x^{2n+1}-2x-1, n\in N$ делится на $x(2x+1)(x+1)$ без остатка.

4. Многочлен $P(x)$ делится на $x-1$ без остатка, а при делении на $x+2$ дает остаток 3. Найдите остаток от деления $P(x)$ на x^2+x-2.

5. При каких значениях a и b многочлен
$2x^4+3x^3-ax^2+bx-3$ делится без остатка на $x+3$, а при делении на $x-2$, дает остаток, равный 5?

6. Сумма двух корней многочлена $P(x)=x^3+ax^2-4$ равна -1. Найдите a и все корни многочлена.

7. При каких значениях a и b найдутся два различных корня уравнения $x^3-5x^2+7x=a$, которые будут также корнями уравнения $x^3-8x-b=0$?

8. Найдите числа a,b,q и g так, чтобы для любого x имело место равенство $(x+1)^8-(ax-b)^8=(x^2+px+g)^4$.

Контрольная работа № 8. Рациональные уравнения и неравенства.

1. Решите уравнение:
а) $x^3-3x^2+2=0$;
б) $(x^2-2x)(2x-3)(4x-2)=5$;
в) $\left|x^3+x-2\right|+\left|x^3+x+2\right|=4$.

2. Решите неравенство
$2x^3-5x^2+4x-1\le 0$.

3. Решите уравнение
$$\frac{2x}{x^2+4x-1}+\frac{x}{x^2+2x-1}=1.$$

4. Решите уравнение
$\cos 2x+2\sqrt{2}\cos^3 x=1$.

5. Решите неравенство
$$\frac{(x-3)\left(x^4-2x^3-x^2-2x+1\right)^2}{4x^3-4x^2-19x+10}\ge 0.$$

6. Известно, что уравнение

$ax^3-(3a+4)x^2+14x-8a^3=0$ имеет три действительных корня, образующих геометрическую прогрессию. Найдите целые значения *a* и корни уравнения.

7. Докажите неравенство
$x^2+xy+y^2+x-y+3>0.$

8. Найдите наименьшее значение, которое может принимать выражение $x+5y,$ если $x>0$, $y>0$ и $x^2-6xy+y^2+21\le 0.$

Контрольная работа № 9. Функции.

1. Найдите область определения функции:
$$y=\frac{\sqrt{6-x-2x^2}+\sqrt{\cos x}}{3\pi^2-5\pi x-8x^2}.$$

2. Найдите промежутки монотонности, нули, период, область значений функции
$y=2\cos x\left(\sqrt{3}\sin x-\cos x\right)+1{,}5.$ Постройте график функции.

3. Постройте график функции:
$$y=\frac{1-\sqrt{4x^2-4x+1}}{2|x|}.$$

4. Известно, что $f(x+1)=2x-3;\ f(g(x))=3x-4.$ Найдите $g(x).$

5. Для функции $y=2x+|x-1|$ найдите обратную. На одном чертеже постройте их графики.

6. Докажите, что наибольшее значение функции $y=\sqrt{x+1}+\sqrt{7-x}$ совпадает с наименьшим значением функции $y=\dfrac{9\pi-2\arcsin\frac{x}{3}}{2\pi}.$

7. Найдите функцию $f(x)$, удовлетворяющую условию $f(x)+xf\left(\dfrac{x}{2x-1}\right)=2,\ x\ne 0{,}5.$

8. При каких значениях *a* функция $y=a|2x-3|+(2a-3)|2x+3|$ будет:
а) четной; б) нечетной.
Постройте график функции при найденных значениях *a* и укажите наименьшее значение функции.

Контрольная работа № 10. Предел последовательности. Предел функции на бесконечности.

1. Вычислите предел последовательности:
а) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n(3n+2)}{2n-1}-\dfrac{6n^2-5}{4n^2-1}\right);$

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+4+7+...+(3n-2)}{(2n+3)(1-3n)}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2^n+3^{n+1})(3^n-2^{n-1})}{4^n+9^{n+1}+6^{n+1}}$;

г) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sin 4+\cos 4)^{-n}$.

2. Найдите предел функции:

а) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{x^2+2x-3}-x)$;

б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(x+1)(x+4)(x+7)...(x+100)-(x+2)(x+5)(x+8)...(x+101)}{(x+2)^{34}(x-2)^{34}}$;

в) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{|3x+2|-x}{x+4|x|}$;

3. Чему равен предел последовательности $(0{,}2;0{,}23;0{,}233;...;0{,}2\underbrace{33...3}_{n-1};...)$?

4. Найдите $\lim\limits_{n\to\infty}a_n$, если известно, что при $n\in N$ $0<a_n<\dfrac{2n+1}{n(n+2)}$.

5. Найдите наклонные асимптоты графика функции:

а) $y=\dfrac{x^2-2x}{x+1}$; б) $y=\dfrac{2x^2}{\sqrt{1+x^2}}$.

6. Докажите, что последовательностью $a_n=\sin\dfrac{\pi}{2}n$ не имеет предела.

7. Найдите $\lim\limits_{x\to-\infty}(ax+\sqrt{5-x}), a\in R.$

8. При каких a и b $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2x^2+3}{x+1}+ax+b\right)=8$?

Контрольная работа № 11. Предел функции в точке. Непрерывность.

1. Найдите предел:

а) $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{9}{1-x^3}+\dfrac{6}{x^2-1}\right)$;

б) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-|2x-3|}{\sqrt{5-x}-2}$;

2. Для каждого a найдите предел:

а) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-4}{x-a}$; б) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x-a}{x^2-4}$; в) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x-a}{x^2-3x+a}$.

3. Найдите предел функции $f(x)=\dfrac{2\sin^2 x-3\sin x+1}{2x-\pi}$ при $x\to\dfrac{\pi}{2}$.

4. Постройте график функции

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+2x-a}{x-1} & \text{при } x\neq 1,\\ -x+b & \text{при } x=1,\end{cases}$$

если известно, что она непрерывна.

Контрольная работа № 12. Производная и ее применение.

1. Пользуясь определением производной, найдите $g'(0)$, если $g(x)=|x|\sin\dfrac{x}{2}$.

2. Найдите производную функции:

а) $y=\dfrac{x^2}{\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{x}}{2}+\sqrt{\dfrac{2}{x^2}-2\sqrt{2}}$ в точке $x_0=2$;

б) $y=(2\cos t)_{\pi}^{t}-\pi\sqrt{\dfrac{2\pi}{t}}$ в точке $t_0=\dfrac{\pi}{2}$.

3. Используя формулу производной сложной функции, а также правила дифференцирования, найдите:

а) $\varphi'(1)$, если $\varphi(t)=\dfrac{7t-3}{\sqrt{t^2-2t+2}}$;

б) $h'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$, если $h(z)=z-\dfrac{tg^2 z}{\sqrt{3}}+\cos^4(3z-\pi)^2$.

4. Найдите $h'(2)$ и $h'(-6)$, если известно, что $h(x)=f(x^2+4x)$ и $f'(12)=5$.

5. Даны функции $f(x)=3x^2, \varphi(x)=\cos x$. Найдите:

а) $f'(\varphi(x))$; б) $(\varphi(f(x)))'$; в) $F'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$, если $F(x)=f(\varphi(x))$;

г) $(\varphi(\varphi(x)))'$; д) $\varphi'\left(f\left(\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\right)\right)$.

6. Дана функция

$f(x)=\dfrac{\sin x\sin(x+1)\sin(x+2)...\sin(x+100)}{\sin 1\sin 2\sin 3...\sin 100}$. Найдите $f'(0)$.

7. Докажите, что уравнение $y^3+3y=x$ задает некоторую функцию $y=f(x)$. Найдите $f''(4)$.

8. При каких значениях a и b функция

$$f(x)=\begin{cases} x^2+bx+a & \text{при } x\ge 1,\\ 2-ax & \text{при } x<1 \end{cases}$$

дифференцируема на R?

Контрольная работа № 13. Производная, касательная, наибольшее и наименьшее значения.

1. Напишите уравнение касательной к графику функции $f(x)=\cos x\cos 2x\cos 3x\cos 4x\cos 5x\cos 6x\cos 7x\cos 8x$ в точке с абсциссой $x_0=\dfrac{\pi}{6}$.

2. Напишите уравнение касательной к графику функции $y=2\sin\dfrac{x}{2}$ в точках с абсциссами $x_n=2\pi n, n\in Z$.

3. Прямая $y=ax-7$ касается параболы $y=x^2+bx+c$ в точке A(2;5). Найдите $2c-b+a$.

4. Известно, что $f(x-3)=x^2-9x+20$ при всех значениях x. Напишите уравнения касательных к графику функции $y=f(x+2)$, проходящих через точку (0;-1) и найдите угол между ними.

5. Найдите критические точки и точки экстремума функции. Укажите вид точек экстремума:
а) $y=(x-1)^7(2x-3)^4$;
б) $y=\dfrac{1}{3}x^3-\left(1-\dfrac{a}{2}\right)x^2-2ax+5$.

6. Найдите множество значений функции
$y=\sin x-\dfrac{1}{3}\sin 3x+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x, x\in\left[0;\dfrac{\pi}{3}\right]$.

7. Пусть $f(a)$ - наибольшее значение функции $y=x^3-4x^2+5x$ на отрезке $[0;a], a>0$. Постройте график функции f. Найдите точки, в которых функция f не дифференцируема. Что можно сказать о производной функции f в точке 1?

8. Постройте график приведенного квадратного трехчлена $y=f(x)$, если известно, что прямая y=-2 касается графика функции $y=f(f(x))$ в точке, лежащей на оси ординат.

Контрольная работа № 14. Вторая производная и ее применение. Полное исследование функции и ее график.

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=6t^3+2t-7(м)$.

а) Найдите ее скорость в момент времени $t = 3c$.
б) В какой момент времени ускорение будет равно $54 м/с^2$?

2. Найдите $y^{(50)}$, если $y = \dfrac{1}{x^2 - 5x + 4}$.

3. Найдите промежутки монотонности, экстремумы, промежутки выпуклости, вогнутости, точки перегиба графика функции $y = -\dfrac{1}{3}x^3 + 4x^2 - 12x + 18$.

4. Применяя производную,
а) докажите, что при $a \geq 0$ имеет место неравенство $a^2 - a^3 < \dfrac{1}{6}$;
б) выясните, сколько корней имеет уравнение $2x^3 - 7x^2 - 12x + 1$ на отрезке $[0;1]$.

5. Исследуйте функцию
$y = \dfrac{x^3}{4 - x^2}$ и постройте ее график.

6. Найдите множество значений функции:
$y = 2\sqrt{x+1} + \sqrt{4-x}.$

7. Найдите все корни уравнения
$6\sin x + 4(\sin 3x - \sin 5x) - \sin 7x = 256\sin^5 x\cos^4 x,$ принадлежащие области определения функции $y = \sqrt{\pi^2 - 9x^2}$.

8. При каких значениях параметра a функция $y = x^3 - ax^2 + (2a-3)x + 2$ возрастает на отрезке $[-2;-1]$?

Контрольная работа №15 Повторение.

1. Найдите такие a и b, чтобы равенство
$3x^4 + ax^3 + 9x^2bx + 4 = (x^2 - 4x + 4)P(x),$ где $P(x)$ - некоторый многочлен второй степени, выполнялось при любом $x \in R.$

2. Решите уравнение
$$\arcsin\frac{3 - 5\sin\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) - 6\cos 2x}{5} = x - \frac{\pi}{3}.$$

3. Решите неравенство
$$\left|4x + \frac{1}{|x|}\right| > 32x(1 - 2|x|).$$

4. Найдите все значения a, при которых прямая $y = -8x + 3a$ является касательной к графику $y = \dfrac{a}{x^2}$.

5. Постройте график функции
$y=\frac{24-28x+5x^2-x^3}{4x^2}$.

6. Решите уравнение $7tgx+8ctg\,2x=10\sin 2x.$ Найдите все корни уравнения на отрезке $\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$.

7. Дана функция $f(x)=x^3-3x^2+3x.$ Решите неравенство $f(f(f(x)))<f(f(x)).$

8. Касательная к графику функции $y=\sqrt[3]{x^2}$ такова, что абсцисса *a* точки касания принадлежит отрезку $[0{,}5;1]$. При каком *a* площадь треугольника, ограниченного этой касательной, осью *Ox* и прямой *x*=2, будет наименьшей и чему равна эта наименьшая площадь?

Контрольная работа № 16. Повторение. Итоговая работа.

1. На сколько целых числах определена функция $f(x)=\arcsin\frac{x^2+2x-2}{x+4}$?

Решите уравнение:
а) $ctg\,2x-tgx=\cos 3x;$
б) $\cos x\cos\frac{x}{2}\cos\frac{3x}{2}-\sin x\sin\frac{x}{2}\sin\frac{3x}{2}=0{,}5.$

3. Постройте графики функций:
а) $y=\frac{x^2-1}{\sqrt{2x+1}};$ б) $y=2\sin^2 x-\sin x-1; x\in[0;2\pi]$.

4. Решите уравнение $2\sqrt{2}x^3-4x^2+3\sqrt{2}x-2=0.$

5. Площадь равнобедренной трапеции с углом при основании 60° равна $2\sqrt{3}см^3$. Найдите длину высоты трапеции наименьшего периметра.

6. Напишите уравнение общей касательной к графикам функций $y=x_2+2x+5$ и $y=x^2+6x-3.$

7. При каких значениях *a* уравнение $(x-a)^2(x-2)=4$ имеет два решения? Найдите эти решения.

8. Постройте на плоскости множество точек, координат которых (*x; y*) удовлетворяют условию
$\min\left\{\frac{1}{|x-2|};\frac{1}{|x+y|}\right\}=1.$

II. Индивидуальные задания

Таблица расчета баллов

Вид работы	***Обозначения***	***Оценивание работы в баллах***		
		min	***opt***	***max***
Индивидуальная работа (творческая)	ИР	2	6	18-20

Задачи 1- 4 оцениваются в 2 балла
Задачи 5- 8 оцениваются в 3 балла

Индивидуальное задание 1. Повторение курса алгебры за 9 класс

1. Дано отношение трех чисел $a:b:c=\frac{2}{3}:2:\frac{1}{2}$

Найдите отношение: $\frac{2a+3b+c}{a+b-2c}$

2. Упростите выражение: $\left(\frac{\sqrt{\sqrt{a}-1}}{\sqrt{\sqrt{a}+1}+\sqrt{\sqrt{a}-1}}+\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a-1}-\sqrt{a}+1}\right)(a-1)^{-\frac{1}{2}}$

3. Вычислите без калькулятора:
$\frac{\sin 20^\circ-\sqrt{3}\cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}+4\cos 20^\circ+\sqrt{3}\cos 510^\circ$

4. Найдите область определения функции
$y=\sqrt{6x+7-x^2}+\sqrt{(x-6)(x^2+3x-10)(x^2-13x+42)}$

5. Изобразите на координатной плоскости множество точек *(x; y),* удовлетворяющих системе
$$\begin{cases} r^2\le x^2+y^2\le 9r^2, \\ y-3x\le 0, \\ 3y+x\ge 0/ \end{cases}$$
При каких r > 0 площадь полученной фигуры равна 18π?

6. Имеются два сплава, состоящие из меди, цинка и олова. Известно, что первый сплав содержит 40% олова, а второй 26% меди. Процентное содержание цинка в первом и втором сплавах одинаковое. Сплавив 150 кг первого сплава и 250 кг второго, получили новый сплав, в котором оказалось 30% цинка. Выясните, сколько килограммов олова содержится в получившемся новом сплаве.

7. При всех *x* выполняются тождества:
$f(3x-1)=6x+4,$
$f(5g(x)+1)=4x-2$. Найдите *g(x).*

8. Найдите все *x, y* и z, удовлетворяющие системе:
$$\begin{cases} y^2-10y+16(y-5)\sqrt{6z-z^2-8}+89=0 \\ x|y|(y^2+9x^2)-\pi^3-9\pi=0. \end{cases}.$$

Индивидуальное задание № 2. Обратные тригонометрические функции

Найдите области определения функций (1 – 2):

1. а) $y = \arcsin(1-x)$; б) $\arccos\left(2-\dfrac{x}{2}\right)$;

в) $y = \arcsin(2x+x^2)$; г) $\arccos\dfrac{2x}{1+x^2}$;

д) $y = \arcsin(\cos x)$; е) $\arccos(\sin^2 x)$.

2. а) $y = arctg(1-x^2)$; б) $y = arcctg\sqrt{x}$

3. Найдите область изменения функции:

а) $y = \arcsin\sqrt{x}$; б) $y = \arccos\left(-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$;

в) $y = arctg\dfrac{1}{x^2}$; г) $y = arcctg(2x-x^2)$.

4. Докажите тождество:

а) $\sin(\arcsin|x|) = |x|$; б) $\text{ños}(\arcsin x) = \sqrt{1-x^2}$;

в) $tg(\arcsin x) = x/\sqrt{1-x^2}, x \in]-1;1[$.

5. Вычислите: а) $\sin(2\arcsin\dfrac{1}{3})$; б) $\cos(2\arcsin\dfrac{1}{3})$;

в) $tg(2\arcsin\dfrac{1}{3})$; г) $\sin(3\arcsin\dfrac{1}{3})$;

д) $\sin(\dfrac{1}{4}\arcsin\dfrac{\sqrt{63}}{8})$

6. Вычислите: а) $\cos(3\arccos\dfrac{1}{4})$;

б) $\sin(\dfrac{1}{2}\arccos\dfrac{1}{9})$; в) $\sin(\dfrac{1}{4}\arccos\dfrac{17}{32})$.

7. Докажите тождество:

а) $tg\,|arctgx| = |x|$; б) $\text{ños}(arctgx) = 1/\sqrt{1+x^2}$;

в) $\sin(arctgx) = x/\sqrt{1+x^2}$.

8. Вычислите: а) $\sin(2arctg3)$; б) $tg(2arctg3)$;

в) $\sin(\dfrac{1}{2}arctg3)$; г) $\cos(\dfrac{1`}{2}arctg5)$;

д) $\cos(\dfrac{1`}{4}arctg\dfrac{24}{7})$.

9. Выразите: а) $\arcsin\dfrac{3}{5}$; б) $\arccos\dfrac{12}{13}$;

в) $arctg\dfrac{5}{12}$; г) $arctg\dfrac{3}{4}$ через все обратные тригонометрические функции.

10. Выразите:

а) $\text{arcños}(-\dfrac{1}{3})$; б) $arctg(-\dfrac{7}{24})$; в) $arcctg(-\dfrac{7}{24})$

через все обратные тригонометрические функции.

11. Произведите указанные действия:

а) $\arcsin\dfrac{3}{5} + \arcsin\dfrac{12}{13}$ б) $\arccos\dfrac{7}{25} + \arcsin\dfrac{3}{5}$

в) $arctg4 + arctg5$

г) $\arcsin\dfrac{3}{5} - \arcsin\dfrac{24}{25}$ д) $\arccos\dfrac{5}{13} - \arccos\dfrac{7}{25}$

е) $arctg4 - arctg5$ ж) $arctg5 - arctg4$.

12. Решите уравнение:

а) $4\arcsin x + \arccos x = \pi$;

б) $5arctgx + 3arcctgx = 2\pi$;

в) $arctgx + arctg2x + arctg3x = \pi$.

13. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $f(x) = (\arcsin x)^3 + (\arccos x)^3$.

14. Вычислите: а) $\arcsin\left(\sin\dfrac{10}{7}\pi\right)$;

б) $\arccos\left(\sin\left(-\dfrac{\pi}{9}\right)\right)$; в) $\arcsin\left(\cos\dfrac{33}{10}\pi\right)$.

Постройте графики функций (15 – 17):

15. а) $y = \arcsin(x-2)$; б) $y = \arcsin(x-2)$;

в) $y = \arcsin x^2$; г) $y = -\arccos(-x^2)$.

16. а) $y = arctg(x+1)$; б) $y = arcctg(3-x)$;

в) $y = arctg(x^2-1)$; г) $y = arcctg(4-x^2)$.

17. а) $y = \sin(\arcsin x)$ б) $y = \cos(\arcsin x)$

в) $y = \arcsin(\sin x)$.

Индивидуальное задание № 3. Тригонометрические уравнения.

1. Вычислить без таблиц и калькулятора:

а) Arcsin(sin6);
б) arcsin(sin22);
в) arcos(cos11);
г) arcos(cos34);
д) arctg(tg2);
е) arcctg(ctg48);
ж) arcsin(cos13);
з) arcos(sin7);
и) $\arccos(\sin(2arctg(\sqrt{3}+2)))$;
к) $\cos(2arctg\frac{3}{4})+ctg(\frac{1}{2}\arcsin\frac{5}{13})$. **(5 баллов)**

2. Решите тригонометрические уравнения:

а) $\sin^4 8x - 4\cos^2 8x = -\frac{7}{16}$;

б) $\sin^3 x + 3\cos^3 x = 2\cos x$

в) $\sin 2x + \cos 2x = \text{tg}\, x$;

г) $\sqrt{2}\sin 8x - \cos 8x = \sqrt{\frac{3}{2}}$;

д) $\sin x + \sin 2x + \sin 3x = \cos x + \cos 2x + \cos 3x$;

е) $\tilde{n}os2x + 2\sin x \cdot \sin 2x = 2\sin(\frac{9\pi}{2}+x)$;

ж) $\sin^4 2x + \cos^4 2x = \cos^2 4x + 1/4$;

з) $\cos 3x - 2\cos 2x = 2$;

и) $\sin 2x = 4(\sin x - \cos x - 1)$;

к) $\sqrt{1-\sin 4x} = -\sqrt{8}\cos 2x$;

л) $(\cos 4x - \cos 2x)^2 = 4 + \cos^2 3x$. **(17 баллов)**

Индивидуальное задание № 4. Тригонометрия (продолжение).

Решите уравнения.

1. $\cos 4x + 4\sin^2 x = 1 + 2\sin^2 2x$
2. $\cos(10x + 12) + 4\sqrt{2}\sin(5x + 6) = 4$
3. $4\sin x + 2\cos x = 2 + 3\text{tg}x$
4. $3\sin x\cos x + 4\sin x = 4 - 3\cos^2 x + \cos x$
5. $\sin^5 x + \cos^5 x = 1$

6. 4tg4x – 4tg3x –tg2x = tg2x tg3x tg4x

7. sin(π cosx) = cos(π sinx)

8. При каких *a* уравнение имеет решение? Найдите их.

$$4\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=a^2+\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$$

9. sin3x – 2sin18x sinx = 3 $\sqrt{2}$ - cos3x + 2cosx

10. Для каждого a решите уравнение sin(x – a) = sinx + sina

11. Найдите все решения на [-2π; 2π] :

$$3\sin 5x+\sqrt{2}\sin^2\left(x+\frac{\pi}{20}\right)=3\cos 5x-3\sqrt{2}$$

12. $\sqrt{\frac{tgx+ctgx}{2}}=\sqrt{ctg\,\frac{x}{2}-tg\,\frac{x}{2}}$

13. 4|cosx| + 3 = 4sin^{2}x

14. $\sqrt{\sin^3 x-\cos^3 x}=\sqrt{-\cos x}$

15. Найдите сумму корней уравнения arcsin2x = 3arcsinx

Индивидуальное задание № 5. Задачи на касательную.

1. При каких значениях ***a*** прямая y = 3x – 2 является касательной к графику функции y = x^2 +ax + 2?

2. Найти расстояние между касательными к графику функции $ó=\frac{x-3}{x-2}$, образующими с положительным направлении оси Ox угол 45^o.

3. Найти кратчайшее расстояние между параболой y = x^2 и прямой y = 4/3x – 2.

Уравнения касательных к графику функции y = f(x), проходящих через точку M(a, f(a)) $\notin$ ***$Г_y$***

4. Написать уравнения всех касательных к графику функции y = x^2 - 3x + 1, проходящих через точку M(2;-2).

5. Найти площадь треугольника, образованного касательными, проведенными к графику функции
y = $\sqrt{õ}$ через точку M(2; 3/2) и секущей, проходящей через точки касания.

6. Найти все точки плоскости, через которые проходят две взаимно перпендикулярные касательные к графику функции y = x^2.

Уравнения общих касательных двух функции (7 – 9):

7. Докажите, что парабола $y_1 = 3x^2 - 5x - 2$ и
$y_2 = 2x^2 - x - 6$ имеют в их общей точке общую касательную. Найдите ее уравнение.

8. Найти уравнения всех общих касательных к графикам функции $y = x^2 + 1$ и $y = 4x^2 - 2$.

9. Найти уравнения всех общих касательных к графикам функции $y = 3x^2 - 5x - 2$ и $y = 2x^2 - x - 6$.

10. Найти геометрическое место вершин всех парабол вида $y = x^2 + ax + b$, касающихся прямой
$y = 4x - 1$.

11. Найти уравнение той касательной к графику функции $y = x^2 - 2x - 4|x|$, которая касается графика в двух точках. Сделайте чертеж.

12. На оси Oy найти точку, из которой можно провести две взаимно перпендикулярные касательные к графику функции $y = x^2 - 2x + 3$.

Индивидуальное задание № 6. Производная и ее применение. Задачи об экстремумах.

1. Прямая, параллельная оси Ox пересекает график функции $y = 4\sqrt{-x}$ в точке M, а график функции $y = \dfrac{8}{\sqrt{x}}$ в точке N. Найдите наименьшее возможное значение, которое может принимать длина отрезка MN.

2. Найдите наименьшее возможное значение которое может принимать расстояние между корнями трехчлена $y = x^2 + (242{,}5 - 2a)x - a$ при всевозможных допустимых значениях параметра a.

3. Найдите наименьшее возможное значение, которое может принимать расстояние от начала координат до вершины параболы $y = x^2 + \sqrt{7a}x + 169{,}25$ при всевозможных допустимых значениях параметра a.

4. Прямая, параллельная прямой y = 1/3x, пересекает график функции $y = \dfrac{1{,}2}{x-11}$ в двух точках M и N. Найдите наименьшее возможное значение, которое может принимать длина отрезка MN.

5. График функции $y = \dfrac{4{,}5}{x-a}$ пересекает прямую $y = x + 11$ в двух точках M и N. Найдите наименьшее возможное значение, которое может принимать длина отрезка MN при всевозможных допустимых значениях параметра a.

6. Найдите наименьшее возможное значение, которое может принимать сумма расстояний до координатных осей от точки, лежащей на графике функции $y = \dfrac{2}{\sqrt{x}}$.

7. Из точки , лежащей на графике функции $\acute{o} = \dfrac{0{,}36}{0{,}36\tilde{o}^2 + 1}$, опущены перпендикуляры *MA* и *MB* на координатные оси *Ox* и *Oy* соответственно. Найдите наибольшее возможное значение, которое может принимать площадь прямоугольника *OAMB*

8. Прямая, проходящая через начало координат, пересекает график функции $y = 0{,}75x + \frac{9}{x}$ в двух точках M и N. Найдите наименьшее возможное значение, которое может принимать длина отрезка MN.

9. Прямая, проходящая через начало координат, пересекает график функции $y = \frac{243\sqrt{3}}{256x^3}$ в двух точках M и N. Найдите наименьшее возможное значение, которое может принимать длина отрезка MN.

10. Абсциссы точек локального максимума и локального минимума функции $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ расположены симметрично относительно начала координат. Значения функции в этих точках равны, соответственно, 11 и 7. Найдите абсциссу точки локального максимума.

11. При каком значении параметра *a* прямая, соединяющая точки на графике функции $y = x^3 + 9x^2$ - $-6x + a$, в которых функция достигает экстремума, проходит через начало координат?

12. Парабола $y = x^2 + px + q$ касается прямой $y = 3\sqrt{11}\tilde{o} + 15{,}25$. Найдите наименьшее возможное значение, которое может принимать расстояние от вершины этой параболы до начала координат.

13. Найдите наименьшее возможное значение которое может принимать расстояние между точками пересечения касательной к кривой $y = \frac{\sqrt{3}}{9x^2}$ с координатными осями.

14. Найдите наибольшее возможное значение, которое может принимать расстояние от начала координат до касательной к графику функции $\acute{o} = \frac{0{,}72}{\tilde{o}}$.

Индивидуальное задание № 7. Построение графиков с помощью производной и элементарными способами.

Исследуйте и постройте графики следующих функций.

1. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x$;

2. $y = 5 + 3x - x^3$;

3. $y = 3\sqrt[3]{x^2} - x^2$

4. $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x}$;

5. $y=\dfrac{2x^3-1}{x^2}$;

6. $y=\dfrac{x^2-4x-4}{x-2}$;

7. $y=\dfrac{x^3-6x}{x^2-2}$;

8. $y=\sin 3x-3\sin x$;

9. $y=\dfrac{3}{x}-\dfrac{1}{x^3}$;

10. $y=\dfrac{(x-1)^2}{x^2+1}$.

Индивидуальное задание № 8. Повторение.

1. Найдите значение функции $y=2f(-a)(f(a)-4g(-a))+(g(-a))^2$, если известно, что функция
$y=f(x)$ - четная, функция $y=g(x)$ - нечетная, $f(a)=1$, $g(a)=-2$. **(1 б)**

2. Из сосуда, доверху наполненного 88%-м раствором кислоты, отлили 2,5 литра жидкости и долили 2,5 литра 60%-го раствора этой же кислоты. После этого в сосуде получился 80%-й раствор кислоты. Найдите вместимость сосуда в литрах.
(1 б)

3. Дана функция $f(x) = \sin 4x \cdot \cos 2x$.

а) Решите уравнение $f(x)=3\sin^2 2x$

б) Упростите выражение $\dfrac{f(\alpha)-\sin 2\alpha}{2f(\alpha)-\sin 6\alpha}$

в) Решите неравенство $\dfrac{f(x)}{\cos^2 2x}<1$

г) Упростите выражение $f\left(\dfrac{\pi}{4}+x\right)-\cos 2x\cos 4x$ и вычислите

его значение при $x=\dfrac{\pi}{18}$. **(4 б)**

4. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение имеет ровно 3 различных корня:

$$x^4-4x^2+a^2-1=0.$$ **(2 б)**

5. Выясните, при каких значениях параметра a все корни уравнения больше -2:

$$x^4-2(a+1)x^2-a+1=0.$$ **(2 б)**

6. Решите уравнение 4tgx +3|tgx| = sin2x **(2 б)**

7. Решите неравенство $\sqrt{23-x} \geq 11-x$ **(2 б)**

Индивидуальное задание № 9. Итоговая.

1.1. Найти значение выражения, если.

1.2. Решите уравнение $\sqrt{4x^2-27}=-x$.

1.3. Найти значение выражения

$\sqrt[4]{(37-20\sqrt{3})^2}+2\sqrt{3}$

1.4. Функция y = f(x) определена на промежутке (-6;7]. На рисунке изображен график производной этой функции. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции y =f (x) имеет наибольший угловой коэффициент.

1.5. Найдите количество целочисленных решений неравенства 3+ 2x - x^2, удовлетворяющих условию $\cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right)>0\cdot$

1.6. Решите уравнение $\sqrt{16+(2õ-3)^2}=4-\cos^2\left(\frac{5\pi x}{3}\right)$

1.7. Функция y = f(x) определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 6. На промежутке (-10;-4] уравнение f(x) = 0 имеет ровно 7 различных корней, а на промежутке (-4;0] оно имеет ровно один корень. Сколько корней имеет это уравнение на промежутке (0;8]?

1.8. Два фермера, работая вместе, могут вспахать поле за 25 часов. Производительности труда первого и второго фермеров относятся как 2:5. Фермеры планируют работать поочередно. Сколько времени должен проработать второй фермер, чтобы это поле было вспахано за 45,5 ч.?

1.9. Найдите наименьшее значение функции f(x) = x· (0,5x + 4)^6 при |x + 8|≤2.

1.10. Найдите наибольшее значение функции f(x) = $\frac{3õ}{õ^2+4}$ при |x + 3,5|≤2,5.

1.11. Найдите точки минимума функции

$f(x)=15x^4-26x^3+\frac{12-12\cos^2(\pi x)}{\sin^2(\pi x)}\cdot x\cdot$

1.12.Решите уравнение

$x^2+x=0{,}5(6-x)+\sqrt{2x^2+3x+2}$.

1.13. Найдите значение функции в точке максимума

$f(x)=(\sqrt{25-x^2}+5)(\sqrt{25-x^2}-5)+10x^2+5x^3-0{,}75x^4$.

1.14. Найдите значения *a*, для которых при каждом x из промежутка (-5;-2] значение выражения x^2 + 4|x| *не равно* значению ***a*|*x*| + 4.**

Исследовать и построить график функций:

2.1. $y=\frac{1}{4}x^3-3x$

2.2. y =x^2(x – 2)^2.

2.3. 3/4x^4 – 2x^3 – 3/2x^2 + 6x – 1.

2.4. $y=\frac{2x^3-1}{x^2}$.

2.5. $y=\frac{x^3}{3-x^2}$.

2.6. $y=2\sin x+\cos 2x$.

2.7. $y=\sqrt[3]{x^2}\cdot(x+1)$.

Решите тригонометрические уравнения:

3.1. $\frac{1}{ñosx}-\cos x=tgx$.

3.2. $2tgx+tg2x=tg4x$.

3.3. 5sinx - 2cosx = 1.

3.4. $ñosx\cdot\cos 2x\cdot\sin 3x=1/4\cdot\sin 2x$.

3.5. $4\cos x=\sqrt{3}ctgx+1$.

III. Тематические тесты

Тесты состоят из частей А и В. На его выполнение отводится 40 минут.
Часть А состоит из заданий с выбором ответа. Часть В состоит из заданий с открытыми ответов, ответом может быть только целое число.

Предлагается следующая система оценивания:

Количество баллов	9 - 10	6 - 8	5	0 – 4
отметки	5	4	3	2

Задания $A_1 - A_6$ оцениваются в 1 балл, $B_1 - B_2$ - 2 балла каждое задание.

Тест № 1. Действительные числа. Многочлены

Часть А

А1. Найдите сумму корней уравнения $|x+2|+|x-4|=12$.

1) 8 2) 2 3) 10 4) -8

А2. Вычислите значение выражения $\sqrt{17-12\sqrt{2}}+\sqrt{17+12\sqrt{2}}$.

1) $2\sqrt{2}$ 2) 0 3) 6 4) $4\sqrt{2}$

А3. Многочлен $f(x)$ при делении на $x^3+x^2-10x+8$ дает в остатке x^2-x+1. Найдите $f(1)\cdot f(2)-f(-4)$.

1) -18 2) 24 3) 18 4) -24

А4. Если $\sqrt{23-a}+\sqrt{30+a}=9$, то значение выражения $\sqrt{(23-a)(30+a)}$ принадлежит промежутку

1) (15; 17) 2) (10; 13) 3) (17; 19) 4) (13; 15)

А5. Упростите выражение $\dfrac{9a^2-24ab+16b^2-30a+40b+25}{3a-4b-5}$ и найдите его значение, если $a=13, b=15$

1) -2 2) 16 3) -26 4) 104

А6. Найдите сумму отрицательных корней уравнения $(x-1)(x+3)(x-2)(x+4)=24$

1) $-5-\sqrt{3}$ 2) -2 3) -0,5 4) $-2\sqrt{3-3}$

Часть В

В1. Найдите больший корень уравнения $x^2+\dfrac{x^2}{(x+1)^2}=\dfrac{40}{9}$.

В2. Найдите все натуральные значения параметра n, при которых уравнение $n(n-1)x^2+(3n-1)x+2=0$ имеет только целые корни.

Тест № 2. Предел. Непрерывность.

Часть А

А1. Сумма n членов числовой последовательности выражается формулой $S_n=4n^2$. Найдите пятый член этой последовательности.

1) 44 2) 36 3) 9 4) 100

А2. Если $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{px^2+6}{qx^3-17x^2+20}=\dfrac{7}{17}$, то $p+q$ равно

1) -20 2) -17 3) -7 4) -6

А3. Вычислите $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4}$.

1) $\dfrac{1}{2}$ 2) 2 3) 4 4) $\dfrac{1}{4}$

А4. Функция $f(x)=\begin{cases} x, если\, x\geq 1, \\ ax+b, если\, x<1 \end{cases}$ непрерывна в точке 1.

Найдите значение $a+b$.

1) 1 2) 2 3) 3 4) -1

А5. Решите неравенство $(x+1)^3(x-2)^4(x-3)^2\leq 0$.

1) $(-\infty;-1]$ 2) $(-\infty;-1]\cup\{2;3\}$

3) $(-\infty;-1)\cup\{2;3\}$ 4) $(-\infty;-1)$

А6. Вычислите $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{\sin 3x}$.

1) $\dfrac{5}{3}$ 2) $\dfrac{3}{5}$ 3) 1 4) 0

Часть В

В1. Вычислите $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+1}-x)$.

В2. Найдите сумму всех двузначных чисел, которые при делении на 3 дают остаток 1.

Тест № 3. Производная

Часть А

А1. Если $f(x)=\sqrt{x^2+1}$, то $f'(2)$ равна

1) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ 2) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ 3) $\dfrac{\sqrt{5}}{10}$ 4) $2\sqrt{5}$

А2. Найдите расстояние между касательными к графику функции $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-3x+1$, параллельными оси абсцисс.

1) 8 2) $\dfrac{8}{3}$ 3) $\dfrac{32}{3}$ 4) $\dfrac{16}{3}$

А3. Тело движется по закону $S(t)=t^3+2t^2-4t+1(м)$. Найдите скорость тела в тот момент, когда ускорение равно $10\dfrac{м}{с^2}$.

1) 11 2) 10 3) 3 4) 1

А4. Найдите все значения параметра a, при которых функция $f(x)=x^2-ax^2+3ax+1$ возрастает на *R*.

1) (0; 9) 2) $[0;9]$

3) $(-\infty;0)\cup(9;+\infty)$ 4) $(-\infty;0]\cup[9;+\infty)$

А5. Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $x^3 - 3x = a$ имеет ровно три решения.

1) (-2; 2) 2) $[-2;2]$ 3) $(-\infty;-2)$ 4) $(2;+\infty)$

А6. Найдите наименьшее значение функции $y = x^2 - 2|x-2|$.

1) 3 2) 5 3) -3 4) -5

Часть В

В1. Найдите ординату точки пересечения с осью Оу прямой, проходящей через точку М(-6; -6) и перпендикулярной прямой $y = -\frac{1}{3}x + 2$.

В2. Найдите наибольшее значение функции $y = 16\cos^2 x + 8\sin x$.

Тест № 4. Тригонометрические функции

Часть А

А1. Радианная мера угла 1260° равна

1) 7π 2) 14 3) 14π 4) 7

А2. Вычислите значение выражения $\dfrac{\sin\alpha - 0{,}5\sin 2\alpha \cdot \cos\alpha}{\sin^2\alpha}$ при $\alpha = -\frac{\pi}{6}$.

1) 0,5 2) 3,5 3) -3,5 4) -0,5

А3. Найдите $\sin(\pi - 2\alpha)$, если $ctg\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = 2$

1) -0,4 2) -0,8 3) 0,8 4) 0,4

А4. Найдите значение выражения $\cos^2\left(\frac{5}{8}\pi + \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{15}{8}\pi + \alpha\right)$, если $\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2) $\frac{1}{3}$ 3) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 4) $-\frac{1}{3}$

А5. Если $f(x) = a\cdot\sin 4x + b\cdot\cos 2x$, $f'\left(\frac{7\pi}{4}\right) = 6$ и $f'\left(\frac{5\pi}{4}\right) = 2$, то $a + b$ равно

1) 0 2) 2 3) -2 4) -1

А6. Найдите $\sin\alpha$, если $\sin\frac{\alpha}{2} - \cos\frac{\alpha}{2} = 1{,}4$.

1) 0,4 2) -0,4 3) 0,96 4) -0,96

Часть

В1. Найдите наименьшее значение функции $y = -8(\cos 2x - \cos x)$.

В2. Вычислите $(\cos 84^\circ \cos 24^\circ \cos 48^\circ \cos 12^\circ)^{-1}$.

Тест № 5. Тригонометрические уравнения и неравенства

Часть А

А1. Вычислите $\sin\left(2\arcsin\left(\frac{1}{3}\right)\right)$.

1) $\frac{4\sqrt{3}}{9}$ 2) $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 3) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 4) $\frac{2\sqrt{2}}{9}$

А2. Найдите наименьший положительный корень уравнения $3+\cos 2x+3\sqrt{2}\cos x=0$

1) π 2) $\frac{1}{4}$ 3) $\frac{\pi}{4}$ 4) $\frac{3\pi}{4}$

А3. Вычислите сумму корней уравнения $\sin 2x\cdot\cos 5x-\sin 3x\cdot\cos 4x=0$,

1) π 2) 2π 3) 0 4) $-\pi$

А4. Определите количество корней уравнения $1+\cos 2x-\sin 2x=0$ на отрезке $[-\pi;\pi]$.

1) 1 2) 4 3) 2 4) 3

А5. Найдите сумму корней уравнения $\sin^4 x+\cos^3 x=1$ на отрезке $[0;2\pi]$.

1) 3π 2) 2π 3) 4π 4) $-1{,}5\pi$

А6. Значение выражения $\arcsin(\sin 3)$ равно

1) 3 2) $3-2\pi$ 3) $2\pi-3$ 4) $\pi-3$

Часть В

В1. Найдите количество целых решений неравенства $\cos 3x\le\cos\frac{\pi}{3}$ на отрезке $[0;2\pi]$.

В2. Определите число корней уравнения $\cos x\cdot\cos 2x=1$ на отрезке $[0;2\pi]$

Тест № 6. Итоговый

Часть А

А1. Значение выражения $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}}+\sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$ принадлежит промежутку

1) $[2;5]$ 2) (-4;4) 3) (4;6) 4) $[0;3]$

А2. Найдите сумму корней уравнения $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)=120$.

1) -5 2) 5 3) 7 4) -7

А3. Вычислите $ctg\frac{\pi}{32}tg\frac{\pi}{32}2tg\frac{\pi}{16}4tg\frac{\pi}{8}$

1) 0 2) 4 3) 8 4) 1

А4. Найдите наибольшее значение функции $y=\sqrt{\cos^2 x+\sin x+1}$.

1) $\sqrt{2}$ 2) 1,5 3) $0{,}5\sqrt{6}$ 4) 2,25

А5. Вычислите $tg9^\circ-tg63^\circ+tg81^\circ-tg27^\circ$.

1) 4 2) 3 3) 2 4) 1

А6. Укажите количество корней уравнения $\sin^2 x+3x^2\cos x+3x^2=0$ на отрезке $[0;2\pi]$.

1) 2 2) 1 3) 4 4) 3

Часть В

В1. Найдите точку разрыва функции $y = \begin{cases} \sin\frac{\pi x}{2}, если |x| \le 2, \\ |x+2|, если |x| > 2. \end{cases}$

В2. Найдите наибольшее значение параметра a, при котором уравнение $4x \cdot |x+1| + a = 0$ имеет ровно два корня.

IV. Тематические математические диктанты

Диктант№ 1. Повторение

Вариант 1

1. Вычислите значение выражения $\left(\frac{2}{3}\pi - \frac{\pi}{4}\right) : \frac{\pi}{2}$

2. Решите уравнение $\frac{\pi^2 x}{3} - \pi x^2 = 0$.

3. Укажите наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству $-\frac{\pi}{4} < 2x - \pi < 2\pi$.

4. Запишите величину угла $\alpha = 600^\circ$ в радианах.

5. В какой четверти лежит угол $\alpha = \frac{38\pi}{5}$?

6. Известно, что $\frac{\pi}{6} \le \alpha \le \frac{2\pi}{3}$. Назовите наименьшее значение угла, равного $\frac{\pi}{2} - \alpha$.

7. Известно, что угол α лежит в III четверти, а угол β - в IV четверти. Какой четверти может принадлежать угол $\alpha + \beta$?

8. Дано неравенство $-\frac{x}{2} < 2\pi n, n \in Z$. Найдите наименьшее целое значение n, при котором число 20 является решением данного неравенства.

Вариант 2

1. Вычислите значение выражения $\left(\frac{3}{4}\pi - \frac{\pi}{6}\right) : \frac{\pi}{2}$.

2. Решите уравнение $\frac{\pi^2 x}{4} + \pi x^2 = 0$.

3. Укажите наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству $-\frac{\pi}{3} < 3x + \pi < 3\pi$.

4. Запишите величину угла $\alpha = \frac{7\pi}{5}$ в градусах.

5. В какой координатной четверти лежит угол $\alpha = 2000^\circ$?

6. Известно, что $\frac{\pi}{3} \le \beta \le \frac{3\pi}{4}$. Назовите наибольшее значение угла, равного $\frac{\pi}{2} - \beta$.

7. Известно, что угол α лежит в I четверти, а угол β - в III четверти. Какой четверти может принадлежать угол $\alpha+\beta$?

8. Дано неравенство $-\frac{x}{3} > \pi n, n \in Z$. Найдите наибольшее целое значение n, при котором число 10 является решением данного неравенства.

Диктант№ 2. Тригонометрические формулы

Вариант 1

1. Дано: $\alpha = \frac{1}{3}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Найдите $\cos\alpha$.

2. Вычислите значение выражения $2\cos\frac{2\pi}{3} - 3\sin^2\frac{3\pi}{4} - 5tg\pi$.

3. Вычислите сумму наибольшего и наименьшего значений выражения $6-4\cos^2\alpha$.

4. Найдите значение выражения $\frac{2\sin\alpha - \cos\alpha}{\sin\alpha + 3\cos\alpha}$, если $tg\alpha = -1$.

5. Упростите выражение $2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)$.

6. Известно, что $\cos\frac{\alpha}{3} = -1$. Укажите наименьшее положительное число α, удовлетворяющее данному равенству.

7. Известно, что $\cos\alpha = -0{,}4$. Найдите $\cos 2\alpha$.

8. Известно, что $\sin\alpha - \cos\beta = 2$. Найдите $\cos(\alpha+\beta)$.

Вариант 2

1. Дано: $\cos\alpha = \frac{2}{3}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Найдите $\sin\alpha$.

2. Вычислите значение выражения $2\cos^2\frac{3\pi}{4} - 3\sin\frac{5\pi}{6} - 2ctg\frac{\pi}{2}$.

3. Вычислите сумму наибольшего и наименьшего значений выражения $3-5\sin^2\alpha$.

4. Найдите значение выражения $\frac{\sin\alpha + 2\cos\alpha}{3\sin\alpha - \cos\alpha}$, если $tg\alpha = -1$.

5. Упростите выражение $2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)$.

6. Известно, что $\sin\frac{\alpha}{4} = -1$. Укажите наименьшее отрицательное число α, удовлетворяющее данному равенству.

7. Известно, что $\sin\alpha = -0{,}6$. Найдите $\cos 2\alpha$.

8. Известно, что $\sin\alpha + \cos\beta = 2$. Найдите $\cos(\alpha+\beta)$.

Диктант№ 3. Свойства функций

Вариант 1

1. Найдите область определения функции $f(x) = \frac{\sqrt{3-0{,}5x}}{10x+x^2}$.

2. Найдите область значений функций $f(x) = \frac{4-x}{2x+3}$.

3. Найдите нули функции $f(x) = 10 - 2\sqrt{|x| + 6}$.

4. Дана функция $y = -x^2 - 4|x| + 5$. Найдите наибольшее значение функции.

5. Укажите наименьшее целое число x, которое удовлетворяет неравенству $y < 0$, если $y = \frac{x-2}{5} - \frac{x}{2}$.

6. Найдите промежуток (промежутки) убывания функции $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$.

7. При каком значении параметра m функция $f(x) = (3 - 2x^2 - 3mx + 4m)$ является четной?

8^*. Найдите наименьший положительный период функции $f(x) = \sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

Вариант 2

1. Найдите область определения функции $y = \frac{\sqrt{2x-3}}{-x^2 + 4x}$.

2. Найдите область значений функции $y = \frac{5-2x}{x-3}$.

3. Найдите нули функции $y = 6 - 2\sqrt{|x| - 4}$.

4. Дана функция $y = x^2 + 2|x| - 3$. Найдите наименьшее значение функции.

5. Укажите наибольшее целое число x, которое удовлетворяет неравенству $y = 0$, если $y = \frac{2-x}{3} - \frac{x}{4}$.

6. Найдите промежуток (промежутки) возрастания функции $f(x) = \sqrt{-x^2 + 3x}$.

Диктант№ 4. Графики функций

Вариант 1

Постройте график функции (№ 1 - 8).

1. $y = -2x + 2$.
2. $y = -x^2 + 2x + 3$.
3. $y = \sqrt{x-2} - 3$.
4. $y = -|x+1| + 2$
5. $y = x^2 - 4|x|$.
6. $y = \frac{6}{|x-2|}$.
7. $y = \frac{x^2 - 4x}{x^2}$.

8^*. $y = \sqrt{x^2 - 1}$.

Вариант 2

Постройте график функции (№ 1 - 8).

1. $y = \frac{x}{2} - 2$.
2. $y = -x^2 + 2x - 3$
5. $y = -x^2 + 4|x|$.
6. $y = \frac{6}{|x+1|}$.

3. $y=\sqrt{x+1}-2$

4. $y=-|x-2|+2$

7. $y=\dfrac{3x-x^2}{x^2}$.

8[*]. $y=\sqrt{4-x^2}$.

Диктант№ 5. Свойства тригонометрических функций

Вариант 1

1. Найдите область определения функции $f(x)=3\sin\left(x^2-\dfrac{\pi x}{4}\right)$.

2. Укажите область значений функции $f(x)=4-0{,}5\cos\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

3. Найдите хотя бы два нуля функции $f(x)=0{,}5\sin\dfrac{x}{2}$.

4. Расположите числа $\sin 1$; $\sin 3$; $\sin\dfrac{\pi}{5}$ в порядке возрастания.

5. Дана функция $y=2\cos\left(\dfrac{x}{3}+\dfrac{\pi}{4}\right)$. Найдите расстояние между двумя соседними точками минимума этой функции и укажите ее наименьший положительный период.

6. Дана функция $f(x)=2\sin^2\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)+5$. Укажите наименьшее возможное расстояние от точки графика этой функции до *Ox*. Назовите координаты такой точки графика, что ее абсцисса является наименьшим возможным положительным числом.

7[*]. Укажите наименьший положительный период функции $f(x)=\sin\left(ax+\dfrac{\pi}{3}\right)$, если $f(-1)=1$ и a является наибольшим отрицательным числом.

8[*]. На рисунке 6 изображен график функции $y=A\cos(kx+m)$. Назовите возможные значения чисел A, k и m.

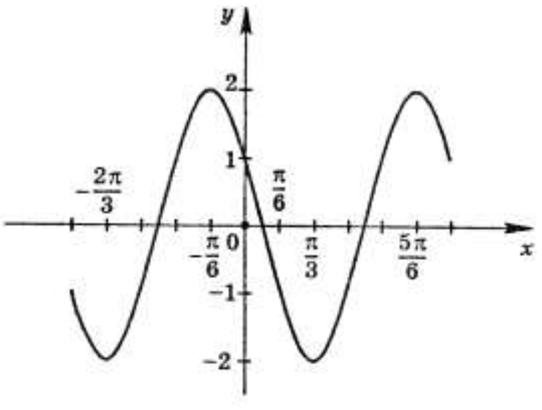


Рис. 6

Вариант 2

1. Найдите область определения функции $f(x) = -4\cos\left(x^2 + \frac{\pi x}{3}\right)$.

2. Укажите область значений функции $f(x) = 6 - 1{,}5\sin\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$.

3. Найдите хотя бы два нуля функции $f(x) = 2\cos\frac{x}{3}$.

4. Расположите числа $\cos 1; \cos 5; \cos\frac{\pi}{5}$ в порядке убывания.

5. Дана функция $y = 3\sin\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$. Найдите расстояние между соседними точками максимума этой функции.

6. Дана функция $f(x) = 3\cos^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2$. Укажите наименьшее возможное расстояние от точки графика этой функции до оси Ох. Назовите координаты такой точки графика, что ее абсцисса является наибольшим отрицательным числом.

7*. Укажите наименьший положительный период функции $f(x) = \cos\left(ax - \frac{\pi}{4}\right)$, если $f(x) = -1$ и а является наибольшим отрицательным числом.

8*. На рисунке 7 изображен график функции $y = A\sin(kx + m)$. Назовите возможные значения чисел A, k и m.

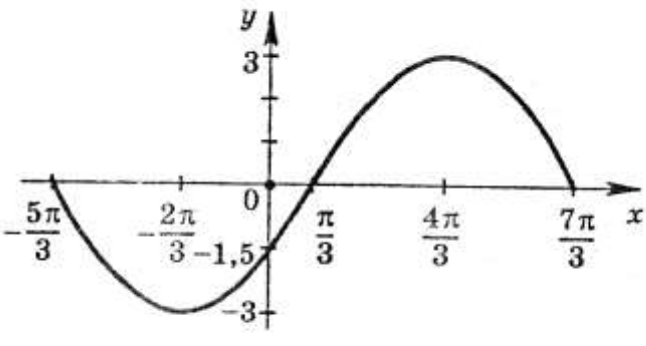


Рис. 7

Диктант№ 6. Обратные тригонометрические функции

Вариант 1

1. Найдите значение выражения $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

2. Укажите область определения функции $y = \arcsin(2x - 5)$.

3. Укажите область значений функции $y = \frac{\pi}{3} - 2\arccos x$.

4. Найдите значение выражения $\arcsin 0{,}3 + \arccos 0{,}3$.

5. Известно, что $\arcsin x = \frac{\pi}{8}$. Найдите $\arccos x$.

6. Известно, что $\sin(\arcsin x) = -\frac{1}{3}$. Найдите x.

7. Известно, что $\arccos x = \frac{\pi}{5}$. Найдите $\arccos(-x)$.

8*. Вычислите $ctg\left(arctg\,\frac{2}{3}\right)$.

Вариант 2

1. Найдите значение выражения $\arcsin(-1) - \arccos\frac{1}{2}$.
2. Укажите область определения функции $y = \arccos(1 - x^2)$.
3. Укажите область значений функции $y = \pi - 2\arcsin x$.
4. Найдите значение выражения $\arcsin 0{,}8 + \arccos 0{,}8$.
5. Известно, что $\arccos x = \frac{\pi}{10}$. Найдите $\arcsin x$.
6. Известно, что $\cos(\arccos x) = -\frac{1}{6}$. Найдите x.
7. Известно, что $\arccos(-x) = \frac{3\pi}{5}$. Найдите $\arccos x$.

8*. Вычислите $tg\left(arcctg\,\frac{4}{5}\right)$.

Диктант№ 7. Тригонометрические уравнения и неравенства

Вариант 1

1. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения $\sin 2x = 1$
2. Решите уравнение $\sin x = \sin 2$.
3. Найдите произведение корней уравнения $\cos x = \frac{1}{2}$ на промежутке $[-\pi; 2\pi]$.
4. Решите уравнение $\sin^2 x = \cos x + 1$ и исключите из формулы $x = \frac{\pi n}{2}, n \in Z$, числа, не удовлетворяющие данному уравнению.
5. Корнями некоторого тригонометрического уравнения являются числа $x = \pm\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z,$ и $x = \frac{\pi k}{2}, k \in Z$. Запихните единую формулу корней этого уравнения. 6. Укажите наибольшее отрицательное значение *a,* при котором корнем уравнения $\sin\left(ax - \frac{\pi}{4}\right) = 0$ является число $\frac{\pi}{6}$.

7*. Укажите наименьшее положительное целое число, удовлетворяющее неравенству $\cos x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

8*. Решите неравенство $\sin x$ > - 0,2.

Вариант 2

1. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения cos $3x = 0$.
2. Решите уравнение cos x = cos 3.
3. Найдите произведение корней уравнения $\sin x = \frac{1}{2}$ на промежутке $[-2\pi; \pi]$.
4. Решите уравнение $\cos^2 x = \sin x + 1$ и исключите из формулы $x = \frac{\pi n}{2}, n \in Z$, числа, не удовлетворяющие данному уравнению.
5. Корнями некоторого тригонометрического уравнения являются числа $x = \frac{\pi n}{5}, n \in Z$, и $x = \pi n, n \in Z$. Запишите единую формулу корней этого уравнения.
6. Укажите наибольшее отрицательное число *a,* при котором корнем уравнения $\cos\left(ax + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ является число $\frac{\pi}{4}$.
7*. Укажите наименьшее положительное целое число, удовлетворяющее неравенству $\sin x < -\frac{1}{2}$.
8*. Решите неравенство cos x < 0,4.

Диктант№ 8. Определение производной

Вариант 1

1. Дана функция $f(x) = -x^2 + 5x, x_0 = -3, \Delta x = 1$. Найдите Δf .
2. Дана функция $f(x) = \frac{4}{x}$. Известно, что $x_0 = 2$, $\Delta f(x_0) = 1$. Найдите Δx.
3. Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки A(-3; 5) и B(-1; 2).
4. Найдите среднюю скорость изменения координаты точки, которая движется по закону $x(t) = t^2 - 3t$, в промежутке времени $3 \le t \le 5$.
5. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = x^2$, проведенной через точку A(3; 9).
6. Упростите выражение $\frac{-3(x_0 + \Delta x)^2 + 2(x_0 + \Delta x) - (-3x_0^2 + 2x_0)}{\Delta x}$ и найдите его значение при $\Delta x \to 0$ и $x_0 = 1$.
7^*. Найдите мгновенную скорость изменения координаты точки, которая движется по закону $x(t) = 2t^2$, в момент времени t = 2/.
8. Дана функция $f(x) = 3 - 2x$. Найдите значение производной этой функции в точке $x_0 = -4$.

Вариант 2

1. Дана функция $f(x) = x^2 - 3x, x_0 = -1, \Delta x = 2$. Найдите Δf.
2. Дана функция $f(x) = \frac{3}{x}$. Известно, что $x_0 = 1$, $\Delta f(x_0) = 2$. Найдите Δx .
3. Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки A(-2; 5) и B(-4; -1).

4. Найдите среднюю скорость изменения координаты точки, которая движется по закону $x(t) = t^2 - 5t$, если $4 \le t \le 6$.

5. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = x^2$, проведенной через точку B(-2; 4).

6. Упростите выражение $\dfrac{-4(x_0 + \Delta x)^2 + 3(x_0 + \Delta x) - (-4x_0^2 + 3x_0)}{\Delta x}$ и найдите его значение при $\Delta x \to 0$ и $x_0 = 1$.

7^*. Найдите мгновенную скорость изменения координаты точки, которая движется по закону $x(t) = 3t^2$, в момент времени t=3.

8. Дана функция $f(x) = 4 - 5x$. Найдите значение производной этой функции в точке $x_0 = -3$.

Диктант№ 9. **Предел и непрерывность функций**

Вариант 1

Вычислите (№ 1 - 6)

1. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{-x^2 + 3}{x^2 - 3x}$.

2. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 + x - 6}{x - 2}$.

3. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{\sqrt[3]{x} + 1}{x + 1}$.

4. $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{\sin \frac{x}{2}}{\sin x}$.

5^*. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 2x}{3x}$.

6. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2 - 3x}{2x + 5}$.

7. Укажите точки разрыва функции $y = tg 3x$.

8^*. Укажите промежутки непрерывности функции $f(x) = \dfrac{|x| - 1}{3 - 2|x|}$.

Вариант 2

Вычислите (№ 1 - 6)

1. $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{-x^2 + 1}{x^2 - 2x}$.

2. $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{x^2 - 3x - 4}{x + 1}$.

3. $\lim\limits_{x \to 9} \dfrac{\sqrt{x} + 3}{x - 9}$.

4. $\lim\limits_{x \to 2\pi} \dfrac{\cos \frac{x}{4}}{\sin \frac{x}{2}}$.

5^*. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 3x}{2x}$.

6. $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{4 - 5x}{2x + 3}$.

7. Укажите точки разрыва функции $y = tg 0{,}5x$.

8^*. Укажите промежутки непрерывности функции $f(x) = \dfrac{|x| + 2}{6 - 2|x|}$.

Диктант№ 10. Формулы и правила дифференцирования

Вариант 1

1. Найдите $f'(-1)$, если $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 4x - 2.$
2. Найдите $f'(x)$, если $f'(x) = (1-2x)^3$.
3. Найдите $f'(4)$, если $f(x) = \dfrac{4x}{\sqrt{x}}$.
4. Дана функция $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x+1}$, найдите ее производную.
5. Найдите $f'(x)$, если $f(x) = 2x \cdot \sin x$.
6. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = \dfrac{x^2}{x-1}$.
7. Решите неравенство $f'(x) > 0$, если $f(x) = \sin^2 x$.
8*. Вычислите значение $f'(1)$, если $f(x) = u(\upsilon(x))$ и $u(x) = \sqrt{x}, \upsilon(x) = x^3 - 2x.$

Вариант 2

1. Найдите $f'(-2)$, если $f(x) = -x^3 - x^2 + 3x - 4.$
2. Найдите $f'(x)$, если $f(x) = (3x-4)^3$.
3. Найдите $f'(1)$, если $f(x) = \dfrac{x}{3\sqrt{x}}$.
4. Дана функция $f(x) = \dfrac{x-1}{\sqrt{x}}$, найдите ее производную.
5. Найдите $f'(x)$, если $f(x) = 3x \cdot \cos x$.
6. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = \dfrac{x^2}{x-2}$.
7. Решите неравенство $f'(x) > 0$, если $f(x) = \cos^2 x$.
8*. Вычислите значение $f'(1)$, если $f(x) = u(\upsilon(x))$ и $u(x) = x^2 - 4x - 3, \upsilon(x) = \sqrt{x}$.

Диктант№ 11. Уравнение касательной и применение производной

Вариант 1

1. Запишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = -x^2 + 3x + 2$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.
2. Прямая $y = 5x - 4$ является касательной к графику функции $f(x) = x^2 - x + 5$. Найдите абсциссу точки касания.
3. Прямая $y = a - x$ является касательной к графику функции $f(x) = \dfrac{4}{x}$. При каких значениях а это возможно?
4. К графику функции $f(x) = \sqrt{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$ проведена касательная. Найдите координаты точки, в которой касательная пересекает ось Ох.
5. Найдите координаты точки пересечения касательной, проведенной к графику функции $f(x) = 2\sin x$ в точке с абсциссой $x_0 = \pi$, с осью ординат.

6. Даны две функции $f(x) = -x^3$ и $g(x) = \left|x^2 + 2x\right|$. Существуют ли точки на графиках этих функций, через которые нельзя провести касательные?
7^*. Запишите уравнения касательной к графику функции $f(x) = -x^2$, проходящих через точку А(2; 5).
8^*. Даны две функции $f(x) = x^2$ и $g(x) = -x^2 - 4$, к графикам которых проведена общая касательная. Запишите уравнение общей касательной.

Вариант 2

1. Запишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = -x^2 - 2x + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = -3$.
2. Найдите абсциссу точки касания прямой $y = 3x + 6$ и графику функции $f(x) = -x^2 - x + 2$
3. При каком значении а прямая $y = 2x + a$ является касательной к графику функции $f(x) = -\dfrac{2}{x}$?
4. К графику функции $f(x) = \sqrt{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = 4$ проведена касательная, которая пересекает ось Ох в точке А. Найдите координаты точки А.

5. К графику функции $f(x) = 3\cos x$ проведена касательная в точке $x_0 = -\dfrac{\pi}{2}$. Найдите площадь треугольника АОВ, где точки А и В – точки пересечения касательной с осьями координат.
6. Даны две функции $f(x) = 2x^3$ и $g(x) = \left|x^2 - 4\right|$. Через любую ли точку этих графиков можно провести касательную?
7^*. Запишите уравнения касательных к графику функции $f(x) = x^2$, которые проходят через точку А(1; -3).
8^*. Даны функции $f(x) = -x^2$ и $g(x) = x^2 + 2$, к графикам которых проведена общая касательная. Запишите уравнение касательных.

Диктант№ 12. Возрастание и убывание функций

Вариант 1

1. Найдите критические точки функции $f(x) = x^4 + x^3$. Укажите точки экстремума.
2. Укажите промежутки возрастания функции $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 5x + 1$.
3. Найдите промежутки убывания функции $f(x) = \dfrac{x-2}{x^2+5}$.
4. Найдите экстремумы функции $f(x) = \sin x + \cos x$.
5. Дана функция $f(x) = x^3 - 2ax^2$. При каких значениях а точка х=0 является точкой максимума этой функции?
6. При каком значении а функция $f(x) = x^2 + ax - 4$ убывает на промежутке $(-\infty;3]$ и возрастает на $[3;+\infty)$?
7^*. Найдите точки экстремума функции $f(x) = (x - x^2)^3$.
8^*. Дана функция $f(x) = \sin^2 x$. Сравните числа $\sin^2 0{,}6\pi; \sin^2 \dfrac{3\pi}{4}; \sin^2 2$.

Вариант 2

1. Найдите критические точки функции $f(x)=x^4-2x^3$. Укажите точки экстремума.
2. Укажите промежутки убывания функции $f(x)=-x^3+2x^2-x+3$.
3. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)=\dfrac{x+2}{x^2-3}$.
4. Найдите экстремумы функции $f(x)=\sin x-\cos x$.
5. Дана функция $f(x)=x^3+3ax^2$. При каких значениях а точка х=0 является точкой минимума этой функции?
6. При каком значении m функция $f(x)=-x^2-mx+5$ возрастает на $(-\infty;4]$ и убывает на $[4;+\infty)$?
7^*. Найдите точки экстремума функции $f(x)=(3x+x^2)^3$.
8^*. Дана функция $f(x)=\cos^2 x$. Сравните числа $\cos^2\dfrac{\pi}{7};\cos^2\dfrac{\pi}{4};\cos^2 1$.

Диктант№ 13. Построение графиков функций с помощью производной

Вариант 1

1. Найдите асимптоты графика функции $f(x)=\dfrac{3x^2-4}{x^2+x}$.

2. Существуют ли асимптоты у графика функции $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{3x}$?
3. Постройте график функции *f(x)* = x^4 - $8x^2$ + 16.

4. Постройте график функции $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^6+2x^4+x^2}}{x}$.
5. Постройте график функции $f(x)=2x+\dfrac{1}{x^2}$.

6. Найдите наибольшее значение функции $f(x)=\dfrac{x+2}{3-x}$ на промежутке [-3; 0].
7. Найдите наименьшее значение функции $f(x)=\sin^2 x+\cos x$ на промежутке $[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}]$.

8*. При каком значении $a\neq 0$ функция $f(x)=-x^3+ax^2$ имеет экстремум, равный 3а?

Вариант 2

1. Найдите асимптоты графика функции $f(x)=\dfrac{5-2x^2}{x^2-3x}$.
2. Существуют ли асимптоты у графика функции $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{0{,}5x}$?

3. Постройте график функции *f(x)* = x^4 - 2x^2 + 1.

4. Постройте график функции $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^6-2x^4+x}}{|x|}$.

5. Постройте график функции $f(x)=x-\dfrac{4}{x^2}$.

6. Найдите наименьшее значение функции $f(x)=\dfrac{4-x}{x+1}$ на промежутке [-4; -2].

7. Найдите наибольшее значение функции $f(x)=\cos^2 x-\sin x$ на промежутке $[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}]$.

8*. При каком значении $a\neq 0$ функция $f(x)=x^3-6ax$ имеет экстремум, равный -2a?

V. Итоговая работа

Работа составлена в соответствии с программой по алгебре и началам анализа, содержит 20 заданий. Из них 10 заданий (А1 – А10) с выбором ответа, 7 заданий (В1 – В7) с кратким ответом и 3 задания (С1 – С3) с развернутым ответом. Общая структура работы соответствует структуре КИМ ЕГЭ по математике.

Работа состоит из двух частей.

Часть 1 содержит 13 заданий (А1 – А10, В1 – В3) базового уровня сложности, которые направлены на проверку усвоения основных свойств понятий, владения основными алгоритмами, умения решать простейшие уравнения и неравенства.

Часть 2 содержит 6 заданий (В4 – В7, С1, С2) повышенного уровня сложности и одно задание (С3) высокого уровня сложности. При их выполнении проверяется умение учащихся применять знания в несколько измененной ситуации.

В заданиях С1 – С3 учащиеся должны записать решения и обосновать их. Время выполнения работы 120 минут.

Система оценивание работы.

Задания А1 – а10, В1 – В7 оцениваются в балл каждое, задание С1 – 2 балла, С2 и С3 – 4 балла.

Отметка	Количество баллов
2	1 – 10
3	11 – 15
4	15 – 22
5	23 - 27

Вариант 1

Часть 1

А1 – А10 – задания с выбором ответа

А1. Упростите выражение $\left(2\sin^2\alpha-2\cos^2\alpha\right)\cdot tg2\alpha$.

1. $-\cos 2\alpha$. 2. 2. 3. -4. 4. $-2\sin 2\alpha$.

А2. найдите значение выражения $6tg^2x-2,$ если $\cos^2 x=0{,}5.$

1. -2. 2. -5. 3. 22. 4. 4.

А3. Вычислите: $\sin 55^\circ \cdot \cos 35^\circ + \cos 55^\circ \cdot \sin 35^\circ$.

1. 1. 2. 0. 3. $\sin 20^\circ$. 4. -2.

А4. Найдите множество значений функции $y = 3\cos^2 8x - 2$.

1. $[-26;22]$. 2. $[-3;3]$. 3. $[-2;1]$. 4. $[-2;2]$.

А5. Решите уравнение $\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$.

1. $\pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$ 2. $(-1)^n \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$.

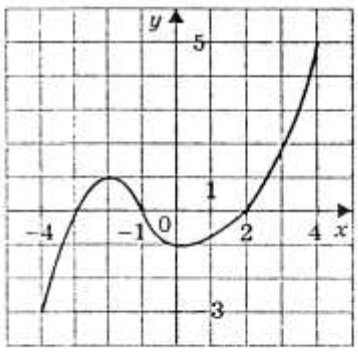
3. $\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$. 4. $\pm\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$.

А6. Решите неравенство $\frac{(x-2)(4x+3)}{x+4} \geq 0$.

1. $\left[-4;-\frac{3}{4}\right] \cup [2;+\infty)$. 2. $(-\infty;-4) \cup \left[-\frac{3}{4};2\right]$.

3. $\left(-4;-\frac{3}{4}\right] \cup [2;+\infty)$. 4. $\left(-\infty;-\frac{3}{4}\right] \cup [2;+\infty)$.

А7. Функция задана графиком на промежутке $[-4;4]$. Укажите те значения x, при которых функция отрицательна.



1. $[-4;-3] \cup [-1;2]$. 2. $[-4;4]$. 3. (-1;2). 4. $[-4;-3) \cup (-1;2)$.

А8. Найдите производную функцию $y = 4x^3 - 2\cos x$.

1. $y' = 12x^2 + 2\sin x$. 2. $y' = 12x^3 + 2\sin x$.

3. $y' = 7x^2 - 2\sin x$. 4. $y' = 3x^2 - 2\sin x$.

А9. Укажите четную функцию.

1. $y = \sin x - x^2$. 2. $y = x^2 + x + \cos x$.

3. $y = \sin^2 x + x^3$. 4. $y = 7x^2 + \cos 3x$.

А10. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = \frac{1}{3}x^3$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

1. 1. 2. 2. 3. 3. 4. 0,5

При выполнении заданий В1 – В7 в бланке ответов запишите полученный ответ.

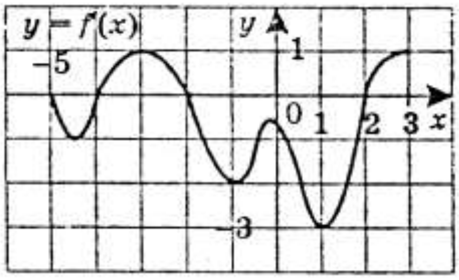
В1. Найдите значения выражения $tg(\pi + \alpha) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$ при $\alpha = -\frac{\pi}{3}$.

В2. Точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 2t^3 - 1{,}5t^2 + 5$ (где t – время в секундах, x – расстояние в метрах). Вычислите скорость движения точки в момент t = 2 с.

В3. Сколько целых чисел входит в область определения функции $f(x) = \frac{3}{\sqrt{9x - x^2 - 14}}$?

Часть 2

В4. Функция определена на отрезке $[-5;3]$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите количество точек минимума функции $y = f(x)$.



В5. Найдите наибольшую длину промежутка убывания функции $y = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 + 6x + 3$.

В6. Определите количество корней уравнения $2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

В7. Найдите $f'(x_0)$, если $f(x) = (3x-5)^3 + \frac{1}{(3-x)^2}, x_0 = 2$.

Запишите номер задания, затем его полное решение для С1 – С3.

С1. Найдите множество значений функции $f(x) = x + \cos^2 x$, заданной на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

C2. Найдите все решения системы уравнений $\begin{cases} \sin y + \cos x \cdot ctgx = 0, \\ \cos y + \sin x \cdot tgx = 0, \end{cases}$ удовлетворяющие условию $(x - y) \in [0;2\pi]$.

C3. Найдите все решения параметра *p*, при которых уравнение $4\sin^3 x + 3\cos 2x + p = 0$ не имеет корней.

Вариант 2

Часть 1

A1 – A10 задание с выбором ответа

A1. Упростите выражение: $\left(\dfrac{1}{\sin^2 \alpha} + \dfrac{1}{\cos^2 \alpha} \right) \cdot \sin^2 2\alpha.$

1. -1. 2. 2. 3. 0. 4. 4

A2. Найдите значение выражения $7 - 3\cos^2 x,$ если $tg^2 x = 2.$

1. 1. 2. 6. 3. 5,5. 4. 4.

A3. Вычислите: $\cos 70^\circ \cdot \cos 20^\circ - \sin 70^\circ \cdot \sin 20^\circ$.

1. -1. 2. $\sin 50^\circ$. 3. $\cos 50^\circ$. 4. 0.

A4. Найдите множество значений функции $y = 6 + \dfrac{1}{2}\sin 2x$.

1. $[1;3]$. 2. $[5;7]$. 3. $[-3;-1{,}5]$. 4. $[5{,}5;6{,}5]$.

A5. Решите уравнение $\left(\dfrac{\pi}{2} + x \right) = \dfrac{1}{2}$.

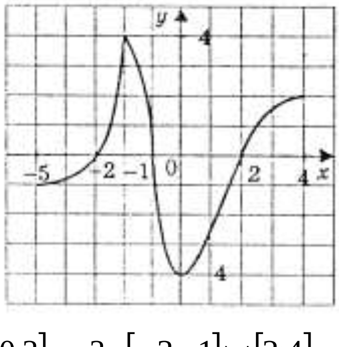
1. $(-1)^n \dfrac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z.$ 2. $\pm \dfrac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z.$

3. $(-1)^n \dfrac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z.$ 4. $\pm \dfrac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z.$

A6. Решите неравенство $\dfrac{(2 - x)(x - 4)}{x + 4} \geq 0.$

1. $(-4;2] \cup [4;+\infty)$. 2. $(-\infty;-4] \cup [2;4]$.
3. $(-\infty;-4) \cup [2;4]$. 4. $[-4;2] \cup [4;+\infty)$.

A7. Функция задана графиком на промежутке $[-5;4]$. Укажите те значения *x*, при которых функция положительна.



1. $(-3;-1) \cup (2;4]$. 2. $(0;3]$. 3. $[-3;-1] \cup [2;4]$. 4. (-3;4).

A8. Найдите производную функцию $y = 6x^4 - 3\sin x.$

1. $y' = 10x + 3\cos x.$ 2. $y' = 24x^4 - 3\cos x.$

3. $y' = 24x^3 - 3\cos x.$ 4. $y' = 4x^3 + 3\cos x.$

A9. Укажите нечетную функцию.

1. $y = x^7 + \cos x.$ 2. $y = x^5 + 2\sin x.$

3. $y = 2x^3 - \cos^2 x.$ 4. $y = x^4 + \sin x.$

A10. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 5x^3 - 7x$ в точке с абсциссой $x_0 = 2.$

1. 23. 2. 67. 3. 8. 4. 53.

При выполнении задний В1 – В7 в бланке ответов запишите полученный ответ

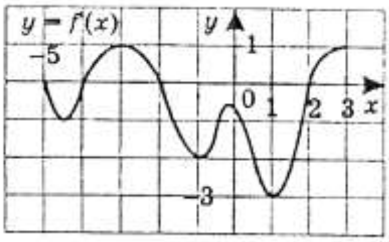
B1. Найдите значение выражения $tg\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sin(2\pi - \alpha) \cdot \cos(\pi + \alpha)$ при $\alpha = -\frac{\pi}{3}.$

B2. Тело движется прямолинейно по закону $x(t) = 3t^3 - 2t^2 - t$ (где t – время в секундах, x – расстояние в метрах). Вычислите скорость тела в момент t – 2 с.

B3. Сколько целых чисел входит в область определения функции $f(x) = \frac{5x}{\sqrt{12 + 4x - x^2}}$?

Часть 2

B4. Функция определена на отрезке $[-5;3]$. На рисунке изображен график ее производной. Укажите количество точек максимума функции $y = f(x)$.



B5. Найдите наибольшую длину промежутка возрастания функции $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 3{,}5x^2 - 6x + 1.$

B6. Определите количество корней уравнения $2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$ на отрезке $[-\pi; \pi]$.

B7. Найдите $f'(x_0)$, если $f(x) = \frac{1}{(2x+7)^4} - (1-x)^3, x_0 = -3.$

Запишите номер задания, а затем его полное решение для С1 – С3.

C1. Найдите множество значений функции $f(x) = x - \sin^2 x,$ заданной на промежутке $[0; \pi]$.

C2. Найдите все решения системы уравнений $\begin{cases} \cos y + \cos x \cdot ctgx = 0, \\ \sin y + \sin x \cdot tgx = 0, \end{cases}$ удовлетворяющие условию $(x+y) \in \left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$.

C3. Найдите все значения параметра *p*, при которых уравнение $p \cdot ctg^2 x + 2\sin x + p = 3$ имеет хотя бы один корень.

Контрольно-измерительные материалы по геометрии

1. Контрольные работы
2. Тематические тесты

I. Контрольные работы

Контрольная работа № 1

ВАРИАНТ 1

1. Три вершины *ABC* параллелограмма *ABCD* принадлежат одной плоскости α. Будет ли четвертая вершина *D* принадлежать этой плоскости? Ответ поясните.

2. Четырехугольник *ABCD* лежит в плоскости β, а плоскость четырехугольника *BCEF* не совпадает с плоскостью β. По какой прямой пересекаются плоскости:
а) *ACD* и *BCE*; б) *CEF* и *AEF*?

3. Дана прямая и не принадлежащая ей точка. Докажите, что все прямые, проходящие через эту точку и пересекающие данную прямую, лежат в одной плоскости.

4. Найдите наибольшее число плоскостей, которые можно провести через различные тройки точек, выбранных из четырех данных.

5*. Найдите наибольшее число прямых, которые можно провести через различные пары точек, выбранных из пяти данных.

ВАРИАНТ 2

1. Две вершины *A* и *B* квадрата *ABCD* и точка *O* — точка пересечения его диагоналей, принадлежат плоскости β. Совпадает ли плоскость квадрата с плоскостью β. Ответ поясните.

2. Плоскости четырехугольников *ABCD* и *BCEF* не совпадают. Найдите прямую по которой пересекаются плоскости:
а) *BDC* и *BEC;* б) *AFD* и *ABF*.

3. Даны две пересекающиеся прямые. Докажите, что все прямые, пересекающие эти прямые и не проходящие через точку их пересечения, лежат в одной плоскости.

4. Найдите наибольшее число прямых, которые можно провести через различные пары точек, выбранных из четырех данных.

5*. Найдите наибольшее число плоскостей, которые можно провести через различные тройки точек, выбранных из пяти данных точек.

Контрольная работа № 2

ВАРИАНТ 1

1. В плоскости двух параллельных прямых *a* и *b* дана точка *C*, не принадлежащая этим прямым. Через нее проведена прямая *c*. Найдите все возможные расположения прямой *c* относительно прямых *a* и *b*.

2. Сторона KM треугольника KLM параллельна плоскости α. Точки G и H принадлежат соответственно его сторонам KL и KM. Точка P — точка пересечения прямой GH с плоскостью α. Постройте точки пересечения прямых KL и LM с плоскостью α. Найдите линию пересечения плоскостей треугольника KLM и α.

3. Прямая b параллельна плоскости β. Определите положение данной прямой относительно прямых

а) лежащих в плоскости β;
б) параллельных плоскости β;
в) пересекающих плоскость β.

4. Из точки S, не принадлежащей ни одной из двух параллельных плоскостей, проведены три прямые, пересекающие эти плоскости соответственно в точках A_1, A_2; B_1, B_2; C_1, C_2. Найдите SA_2, SB_2 и A_1C_1 если $SA_1 = A_1B_1 = 5$ см; A_2C_2 - $B_1B_2 = 12$ см; $A_2B_2 = 15$ см.

5*. Найдите наибольшее число плоскостей, которые можно провести через различные пары:

а) из пяти лучей;
б) шести лучей, выходящих из одной точки.

ВАРИАНТ 2

1. В плоскости двух пересекающихся прямых m и n дана точка A, не принадлежащая этим прямым. Прямая a проходит через точку A. Найдите все возможные расположения прямой a по отношению к прямым m и n.

2. Сторона CD четырехугольника $CDEF$ параллельна плоскости α. Прямая CE пересекает плоскость α в точке G. Постройте точки пересечения прямых CF и DE с плоскостью α. Найдите линию пересечения плоскостей четырехугольника $CDEF$ и плоскости α.

3. Даны две скрещивающиеся прямые a и b. Определите положение прямой a относительно третьей прямой c, если:

а) c параллельна b; б) c пересекает b ;
в) c скрещивается с b.

4. Из точки O, не принадлежащей ни одной из двух параллельных плоскостей, проведены три прямые, пересекающие плоскости соответственно в точках A, B, C и A_1, B_1C_1 . Найдите BC, если
$OA = a$, AA_1 - b, $B_1C_1 = c$.

5*. Найдите наибольшее число прямых, по которым могут попарно пересекаться:

а) пять плоскостей; б) шесть плоскостей.

Контрольная работа№ 3

ВАРИАНТ 1

1. В параллелепипеде $A...D_1$ найдите вектор, равный:

а) $\overline{AB} + \overline{C_1B_1}$; б) $\overline{A_1B_1} - \overline{DD_1}$;
в) $\frac{1}{3}\overline{BC_1} - \frac{1}{3}\overline{AA_1} + \frac{1}{3}\overline{DB_1} - \frac{1}{3}\overline{DC}.$

2. Изобразите параллельную проекцию куба A...D_1, если:
а) две грани куба параллельны плоскости проектирования;
б) диагональ куба параллельна направлению проектирования.

3. Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через одно из его ребер и центр одной из противолежащих граней. Найдите периметр сечения, если ребро куба равно *a.*

4*. Треугольник *A'B'C'* является параллельной проекцией равнобедренного треугольника *ABC,* боковая сторона которого в два раза больше основания. Постройте изображение в этой проекции высоты треугольника *ABC.* проведенной из вершины основания.

ВАРИАНТ 2

1. В параллелепипеде $A...D_l$ найдите вектор, равный:

а) $\overline{AD_1} + \overline{A_1A}$; б) $\overline{BC} - \overline{A_1D}$;

в) $\frac{1}{4}\overline{A_1C} - \frac{1}{4}\overline{A_1C_1} - \frac{1}{4}\overline{DB} + \overline{AB}.$

2. Изобразите параллельную проекцию куба $A...D_1$ если:
а) какое-нибудь ребро куба параллельно направлению проектирования;
б) грани куба не параллельны плоскости проектировании.

3. В правильной четырехугольной призме $A...D_1$ проведите сечение через середины ребер *AB, AD* и вершину C_1. Найдите периметр сечения, если все ребра призмы равны 1.

4*. Треугольник *A'B'C'* является параллельной проекцией равнобедренного треугольника *ABC,* боковая сторона которого в два раза больше основания. Постойте изображение в этой проекции биссектрисы треугольника ABC, проведенной из вершины основания.

Контрольная работа № 4

ВАРИАНТ 2

1. В кубе $A...D_1$ вершина *D* соединена с серединой *К* диагонали A_1 B грани ABB_1 A_1 Найдите угол между прямыми *DK* и A_1 *B.*

2. Из вершины *В* квадрата *ABCD* к его плоскости проведен перпендикуляр *ВМ.* Определите (относительно углов) виды треугольников
ABM, BCM, ADM, CDM.

3. Из вершины *К* треугольника *KLM* проведен к его плоскости перпендикуляр *KN.* Из точки *N* опущен перпендикуляр на сторону *ML.* Найдите условие, при котором этот перпендикуляр пересечет продолжение стороны *ML.*

4. Из точки *Е,* не принадлежащей плоскости α, проведены к ней две наклонные *EF* и *EG,* образующие равные углы с прямой *FG,* лежащей в плоскости α. Докажите, что ортогональные проекции этих наклонных на плоскость α равны.

5*. Докажите, что ортогональная проекция на данную плоскость β угла *АОВ,* образованного двумя равными наклонными *ОА* и *ОВ* к этой плоскости, больше угла между самими наклонными.

ВАРИАНТ 2

1. В кубе $A...D_1$ вершина С, соединена с центром O грани $ABCD$. Найдите угол между прямыми C_1O и BD.

2. Из вершины С правильного шестиугольника $ABCDEF$ к его плоскости проведен перпендикуляр CK. Определите (относительно углов) виды треугольников
BCK, CDK, DEK, EFK.

3. Из вершины G треугольника GHP проведен к его плоскости перпендикуляр GQ. Из точки Q опущен перпендикуляр на сторону HP. Найдите условие, при котором этот перпендикуляр пройдет через одну из вершин H или P треугольника.

4. Из вершины угла к его плоскости проведена наклонная, которая составляет со сторонами угла равные углы. Докажите, что ортогональной проекцией этой наклонной является биссектриса данного угла.

5*. Докажите, что ортогональная проекция угла на плоскость, проходящую через одну из его сторон, меньше, равна или больше данного угла, смотря по тому, является ли данный угол соответственно острым, прямым или тупым.

Контрольная работа № 5

ВАРИАНТ 1

1. В равнобедренном прямоугольном треугольнике один из катетов лежит в плоскости α, а другой образует с ней угол 45°. Найдите угол между гипотенузой данного треугольника и данной плоскостью.

2. Точка K, не принадлежащая плоскости равностороннего треугольника, удалена от каждой его вершины на расстояние $\sqrt{13}$ см, а от каждой его стороны — на 2 см. Найдите расстояние от точки K до плоскости треугольника.

3. Угол между плоскостями двух равнобедренных треугольников ABC и BCD, имеющих общую боковую сторону BC, равен 90°. Найдите расстояние между точками A и D, если основание каждого треугольника равно a, а каждая боковая сторона равна b.

4. Внутри двугранного угла из точки M, принадлежащей его ребру, проведен к нему перпендикуляр, на котором отложен отрезок MN, в два раза больший своей ортогональной проекции на одну из граней двугранного угла. Найдите угол, который образует MN с другой гранью, если двугранный угол равен 100°.

5*. Через данную точку проведите прямую, параллельную данной плоскости и перпендикулярную данной прямой.

ВАРИАНТ 2

1. Наклонная AB образует с плоскостью α угол 45°, прямая AC, лежащая в этой плоскости, составляет угол 45° с ортогональной проекцией наклонной AB на плоскость α. Найдите угол BAC.

2. Дан ромб со стороной a и углом 45°. Точка L удалена от всех прямых, на которых лежат стороны ромба, на расстояние b. Найдите расстояние от точки L до плоскости ромба.

3. Угол между плоскостями двух равнобедренных треугольников ABC и BCD, имеющих общую боковую сторону BC, равен 120°. Расстояние между точками A и D равно m. Основание каждого треугольника равно a. Найдите боковые стороны треугольников.

4. Из точки K, расположенной внутри двугранного угла, проведен перпендикуляр KL на его ребро. Расстояние от точки K до одной из ею граней равно ортогональной проекции KL на эту грань. Отрезок KL в два раза больше своей ортогональной проекции на другую грань. Найдите двугранный угол.

5*. Через данную точку проведите плоскость, перпендикулярную двум данным плоскостям.

Контрольная работа № 6

ВАРИАНТ 1

1. Можно ли составить трехгранный угол с плоскими углами:
а) 40°, 70°, 100°; б) 150°, 120°, 90°?

2. Два плоских угла трехгранного угла равны по 60°, а третий равен 90°. Найдите угол между плоскостью прямого угла и противоположным ребром трехгранного угла.

3. Основанием наклонного параллелепипеда является ромб, а одно боковое ребро образует с прилежащими сторонами основания параллелепипеда равные углы. Докажите, что вершина параллелепипеда, принадлежащая этому ребру, ортогонально проектируется в точку диагонали основания.

4. Найдите расстояние между центрами двух соседних граней правильного октаэдра, если его ребро равно 1.

5*. Докажите, что любое сечение трехгранного угла с плоскими углами по 90°, пересекающее все его ребра, является остроугольным треугольником.

ВАРИАНТ 2

1. Можно ли составить трехгранный угол с плоскими углами:
а) 80°, 100°, 130°;. б) 60°, 120°, 180°?

2. Плоские углы трехгранного угла равны 45°, 45° и 60°. Найдите двугранный угол, образованный плоскостями равных плоских углов.

3. Основанием пирамиды является прямоугольник, а одно из ее боковых ребер перпендикулярно плоскости основания. Докажите, что все боковые грани пирамиды - прямоугольные треугольники.

4. Найдите расстояние между противоположными параллельными гранями октаэдра, если его ребро равно 1.

5*. Докажите, что двугранный угол между смежными боковыми гранями любой правильной четырехугольной пирамиды является тупым.

II. Тематические тесты по геометрии

Предлагается следующая система оценивания:

Количество баллов	9 - 10	7 - 8	5 - 6	0 – 4
отметки	5	4	3	2

Тест №1. Аксиомы стереометрии

1 вариант

1. Какое из следующих утверждений верно?
а) Любые четыре точки лежат в одной плоскости;
б) любые три точки не лежат в одной плоскости;
в) любые четыре точки не лежат в одной плоскости;
г) через любые три точки проходит плоскость; л) через любые три точки проходит плоскость, и притом только одна.

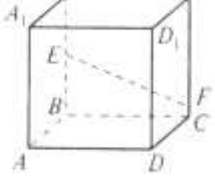
2. Сколько общих точек могут иметь две различные плоскости?
а) 2; б) 3; в) несколько;
г) бесконечно много;
д) бесконечно много или ни одной.

3. Точки *A, B, C* лежат на одной прямой, точка *D* не лежит на ней. Через каждые три точки проведена одна плоскость. Сколько различных плоскостей при этом получилось?
а) 2; б) 3; в) 1; г) 4; д) бесконечно много.

4. Если три точки не лежат на одной прямой, то положение плоскости в пространстве они:
а) не определяют в любом случае;
б) определяют, но при дополнительных условиях;
в) определяют в любом случае;
г) ничего сказать нельзя;
д) другой ответ.

5. Выберите верное утверждение.
а) Если одна точка прямой лежит в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости;
б) через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна;
в) через две пересекающиеся прямые плоскость провести нельзя;
г) любые две плоскости не имеют общих точек;
д) если четыре точки не лежат в одной плоскости, то какие-нибудь три из них лежат на одной прямой.

6. Назовите общую прямую плоскостей *AFD* и *DEF,*
а) *AD;* б) *DE;* в) определить нельзя;
г) *DF;* д) *AF.*



7. Какую из перечисленных плоскостей пересекает прямая EF (рис. 1)?
а) ABC; б) AA_1D; в) BB_1C_1; г) AEF; д) B_1C_1C

8. Через точку M, не лежащую на прямой a, провели прямые, пересекающие прямую a. Тогда:
а) эти прямые не лежат в одной плоскости;
б) эти прямые лежат в одной плоскости;
в) никакого вывода сделать нельзя;
г) часть прямых лежит в плоскости, а часть — нет;
д) все прямые совпадают с прямой a.

9. Прямая a лежит в плоскости α и пересекает плоскость β. Каково взаимное расположение плоскостей α и β?
а) Определить нельзя;
б) они совпадают;
в) имеют только одну общую точку;
г) не пересекаются;
д) пересекаются по некоторой прямой.

10. Точки A, B, C не лежат на одной прямой. $M \in AB$, $K \in AC$, $X \in MK$. Выберите верное утверждение.
1) $X \in AB$; б) $X \in AC$ в) $X \in ABC$;
г) точки X и M совпадают;
д) точки X и K совпадают.

2вариант

1. Что можно сказать о взаимном расположении двух плоскостей, которые имеют три общие точки, не лежащие на одной прямой?
а) Пересекаются; б) ничего сказать нельзя;
в) не пересекаются; г) совпадают;
д) имеют три общие точки.

2. Какое из следующих утверждений верно?
а) Если две точки окружности лежат в плоскости, то вся окружность лежит в этой плоскости;
б) прямая, лежащая в плоскости треугольника, пересекает две его стороны;
в) любые две плоскости имеют только одну общую точку;
г) через две точки проходит плоскость, и притом только одна;
д) прямая лежит в плоскости данного треугольника, если она пересекает две прямые, содержащие стороны треугольника.

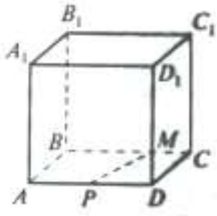
3. Могут ли две различные плоскости иметь только две общие точки?
а) Никогда;
б) могут, но при дополнительных условиях;
в) всегда имеют;
г) нельзя ответить на вопрос;
д) другой ответ.

4. Точки K, L, M лежат на одной прямой, точка N не лежит на ней. Через каждые три точки проведена одна плоскость. Сколько различных плоскостей при этом получилось?

а) 1; б) 2; в) 3; г) 4; д) бесконечно много.

5. Выберите верное утверждение.
а) Через любые три точки проходит плоскость, и притом только одна;
б) если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой Плоскости;
в) если две плоскости имеют общую точку, то они не пересекаются;
г) через прямую и точку, лежащую на ней, проходит плоскость, и притом только одна;
д) через две пересекающиеся прямые плоскость провести нельзя.
6. Назовите общую прямую плоскостей *PBM* и *MAB*.
а) *PM;* б) *AB;* в) *PB;* г) *BM;*
д) определить нельзя.

7. Какую из перечисленных плоскостей пересекает прямая *PM* (рис. 2)?
а) DD_1C_1 ; б) D_1PM; в) *B,PM*; г) *ABC*; д) *CAD*.



8. Через точку *M*, не лежащую на прямой *a*, провели прямые, пересекающие прямую *a*. Тогда:
а) эти прямые не лежат в одной плоскости;
б) эти прямые лежат в одной плоскости;
в) никакого вывода сделать нельзя;
г) часть прямых лежит в плоскости, а часть — нет;
д) все прямые совпадают с прямой *a*.

9. Прямая *a* лежит в плоскости а и пересекает плоскость β. Каково взаимное расположение плоскостей α и β?
а) Определить нельзя;
б) они совпадают;
в) имеют только одну общую точку;
г) не пересекаются;
д) пересекаются по некоторой прямой.

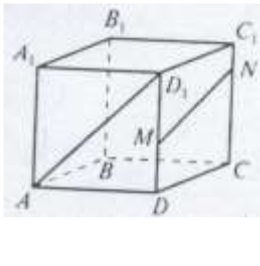
10. Точки *A, B, C* не лежат на одной прямой. $M \in AB$, $K \in AC$. $X \in MK$. Выберите верное утверждение.
а) $X \in AB$; б) $X \in AC$; в) $X \in ABC$;
г) точки *X* и *M* совпадают;
д) точки *X* и *K* совпадают.

Тест № 2. Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол между прямыми

1 вариант

1. Выясните взаимное расположение прямых *AC* и *KC*.
а) Параллельны; б) определить нельзя; в) скрещиваются; г) пересекаются;
д) совпадают в любом случае.

2. Каково взаимное расположение прямых *AO,* и *MN* на рис. 3?
а) Параллельны; б) определить нельзя; в) скрещиваются;
г) пересекаются; д) совпадают.



3. Точка *M* не лежит в плоскости треугольника *ABC, K* – середина *MB*. Каково взаимное расположение прямых *MA* и *CK?*
а) Определить нельзя; б) скрещиваются;
в) параллельны; г) совпадают;
д) пересекаются.

4. Прямые *a* и *b* скрещиваются с прямой *c*. Что можно сказать о прямых *a* и *b*?
а) Взаимное расположение определить точно нельзя;
б) скрещиваются или параллельны;
в) параллельны или пересекаются;
г) совпадают;
д) пересекаются или скрещиваются.

5. Выберите верное утверждение.
а) Две прямые называются параллельными, если они не имеют общих точек;
б) две прямые, параллельные третьей прямой, параллельны;
в) две прямые, перпендикулярные третьей прямой, параллельны;
г) если углы равны, то их стороны соответственно сонаправлены;
д) лучи, выходящие из одной точки, являются сона правленным и.

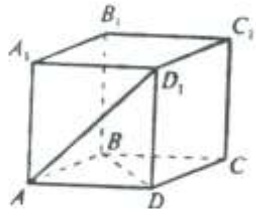
6. Прямая *a*, параллельная прямой *b*, пересекает плоскость α. Прямая *c* параллельна прямой *b*, тогда:
а) прямые *a* и *c* пересекаются;
б) прямая *c* лежит в плоскости α;
в) прямые *a* и *c* скрещиваются;
г) прямая *b* лежит в плоскости α;
л) прямые *a* и *c* параллельны.

7. В треугольнике *ABC* угол *A* на 30° больше суммы углов *B* и С. Найдите угол между прямыми *AC* и *BC*.
а) 105°; б) 75°; в) 37,5°; г) 30°;
д) определить нельзя.

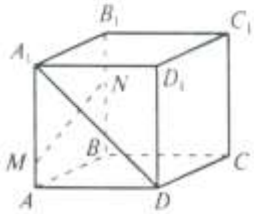
8. Каким может быть взаимное расположение прямых *a* и *b*, если через прямую *a* можно провести плоскость, параллельную прямой *b?*
а) Скрещиваются или пересекаются;
б) пересекаются или параллельны;
в) скрещиваются или параллельны;
г) только скрещиваются;
д) только параллельны.

9. Через вершину *A* параллелограмма *ABCD* и точку *M*, не лежащую в плоскости параллелограмма, проведена прямая *AM*. Чему равен угол между прямыми *AM* и *BC,* если угол *MAD* равен 120°?
а) Определить нельзя;
б) 120°; в) 30°; г) 60°; д) 150°.

10. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — куб (рис. 4). Чему равен угол между прямыми BD и AD_1 ?
а) 90°; б) 45°; в) 30°; г) 60°; д) определить нельзя.



2 вариант



1. Выясните взаимное расположение прямых MN и NP
а) Параллельны; б) скрещиваются; в) определить нельзя;
г) пересекаются; л) совпадают в любом случае.

2. Каково взаимное расположение прямых DA_1 и MN на рис. 5?
а) Параллельны; б) определить нельзя; в) пересекаются;
г) совпадают; д) скрещиваются.

3. Точка M не лежит в плоскости четырехугольника $ABCD$, K — середина MA. Каково взаимное расположение прямых MB и DK?
а) Определить нельзя; б) скрещиваются; в) параллельны; г) пересекаются;
д) совпадают.

4. Прямые a и c скрещиваются с прямой b, тогда сами прямые a и c:
а) параллельны или пересекаются;
б) скрещиваются или параллельны;
в) взаимное расположение определить точно нельзя;
г) скрещиваются или пересекаются;
д) совпадают.

5. Выберите верное утверждение.
а) Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то углы равны;
б) две прямые, параллельные третьей прямой, пересекаются;
в) две прямые, перпендикулярные третьей прямой, перпендикулярны;
г) две прямые, имеющие общую точку, являются скрещивающимися;
д) лучи называются сонаправленными, если они лежат на одной прямой.

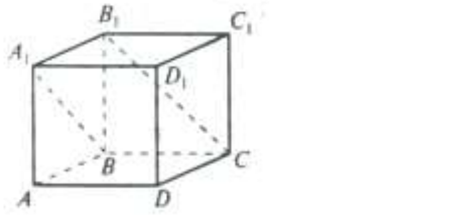
6. Прямая c, параллельная прямой a, пересекает плоскость β. Прямая b параллельна прямой a, тогда:
а) прямые b и c пересекаются;
б) прямая b лежит в плоскости β;
в) прямые b и c скрещиваются;
г) прямые b и c параллельны;
д) прямая a лежит в плоскости β.

7. В треугольнике ABC угол C на 40° больше суммы углов B и A. Найдите угол между прямыми AC и BC.
а) 110°; б) 70°; в) 55°; г) 125°;
д) определить нельзя.

8. Каким может быть взаимное расположение прямых a и b, если любая плоскость, проходящая через a, не параллельна b?
а) Скрещиваются; б) параллельны; в) пересекаются; г) совпадают;
д) определить нельзя.

9. Через вершину C параллелограмма $ABCD$ и точку M, не лежащую в плоскости параллелограмма, проведена прямая CM. Чему равен угол между прямыми AB и MC, если угол MCD равен 100°?
а) Определить нельзя;
б) 100°; в) 80°; г) 130°; г) 50°.

10. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ - куб (рис.6). Чему равен угол между прямыми B_1C и A_1B?
а) 30°; б) 45°; в) определить нельзя;
г) 60°; д) 90°.



Тест № 3. Параллельность прямых и плоскостей

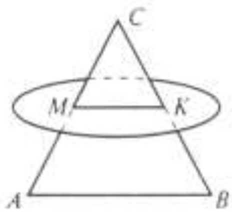
1 вариант

1. Каким может быть взаимное расположение прямых a и b, если прямая a лежит в плоскости α, а прямая b параллельна этой плоскости?
а) Параллельны или пересекаются;
б) скрещиваются или пересекаются;
в) параллельны или скрещиваются;
г) определить нельзя;
д) совпадают.

2. Прямая a параллельна плоскости α. Какое из следующих утверждений верно?
а) Прямая a параллельна любой прямой, лежащей в плоскости α;
б) прямая a не пересекает ни одну прямую, лежащую в плоскости α;
в) прямая a скрещивается со всеми прямыми плоскости α;
г) прямая a имеет общую точку с плоскостью α;
д) прямая a лежит в плоскости α.

3. Даны треугольник ABC и плоскость α, причем $AB \parallel a$, $AC \parallel a$, тогда прямая BC и плоскость α:
а) параллельны;
б) пересекаются;
в) прямая лежит в плоскости;
г) определить нельзя;
д) другой ответ.

4. На рис. 7 плоскость, параллельная стороне AB треугольника ABC, пересекает его стороны в точках M и K. Найдите длину AB, если точка M - середина AC и $MK = 10$.
а) Определить нельзя;
б) 10; в) 5; г) $6\frac{2}{3}$; д) 20.



5. Выберите верное утверждение.
а) Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая так же параллельна данной плоскости;
б) если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то другая прямая также пересекает эту плоскость;
в) если две прямые параллельны третьей прямой, то они пересекаются;
г) если прямая и плоскость не имеют общих точек, то прямая лежит в плоскости;
д) прямая и плоскость называются скрещивающимися, если они не имеют общих точек.

6. Через концы отрезка AB, не пересекающего плоскость a и точку С - середину этого

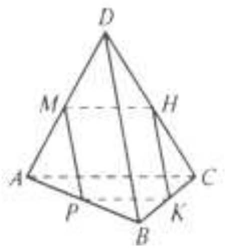
отрезка, проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1, C_1, соответственно. Найдите длину отрезка CC_1, если AA_1 = 12, BB_1 = 6.

а) 6; б) 9; в) $6\sqrt{2}$; г) $9\sqrt{2}$; д) другой ответ.

7. В параллелограмме *ABCD* точки *F* и *E* принадлежат сторонам *CD* и *AB,* причем *BE* : *EA* = *CF: FD*. Через эти точки проведена плоскость α так, что *AD* || α, тогда:
а) *BC* || α; б) $BC \cap \alpha$; в) $BC \subset \alpha$;
г) *BC* скрещивается с α;
д) плоскость а совпадает с плоскостью параллелограмма.

8. Прямая *a* параллельна прямой *b* и плоскости α. Выберите верное утверждение.
а) Прямая *b* параллельна плоскости α;
б) прямая *b* лежит в плоскости α;
в) прямая *b* пересекает плоскость α;
г) прямая *b* лежит в плоскости α или параллельна ей;
д) прямая *b* скрещивается с плоскостью α.

9. На рис. 8 точки *M, H, P* - середины соответственно сторон *AD, DC, AB*. *HK*||*ABD*. Найдите периметр четырехугольника *MHKP,* если *AC* =8, *BD*= 10.
а) 18; б) 36; в) 28; г) 26;
д) определить нельзя.



10. На сторонах *AB* и *AC* треугольника *ABC* взяли соответственно точки *D* и *E* так, что *DE*= 5 см, *BD* : *DA* = 2 : 3, провели плоскость через точки *B* и *C* параллельно к отрезку *DE*. Найдите длину отрезка *BC*.

а) 7,5 см; б) $8\frac{1}{3}$ см; в) 15 см;
г) определить нельзя; д) 4,6 см.

2 вариант

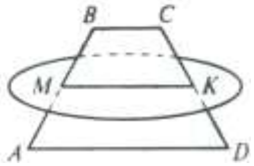
1. Каким может быть взаимное расположение двух прямых, если обе они параллельны одной плоскости?
а) Только параллельны; б) определить нельзя;
в) все случаи взаимного расположения;
г) только скрещиваются; д) только пересекаются.

2. Прямая *b* параллельна плоскости α. Какое из следующих утверждений верно?
а) Прямая *b* параллельна любой прямой, лежащей в плоскости α;
б) прямая *b* параллельна некоторой прямой, лежащей в плоскости α;
в) прямая *b* пересекается со всеми прямыми плоскости α;
г) прямая *b* пересекается с некоторой прямой плоскости α;
д) любая плоскость, проходящая через прямую *b,* пересекает плоскость α.

3. Даны трапеция *ABCD* и плоскость α. Диагонали трапеции *AC* и *BD* параллельны плоскости α. Тогда прямая *BA* и плоскость α:
а) параллельны; б) пересекаются;
в) определить нельзя;
г) прямая лежит в плоскости; д) другой ответ.

4. На рис. 9 плоскость, параллельная основаниям трапеции $ABCD$ пересекает стороны AB и CD в точках M и K соответственно. Найдите длину MK, если точка M - середина AB и $AD = 10$, $BC = 6$.

а) определить нельзя; б) 16; в) 11; г) 13; д) 8.



5. Выберите верное утверждение.

а) Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая лежит в данной плоскости;

б) если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, то эта плоскость параллельна другой плоскости;

в) если две прямые параллельны третьей прямой, то они скрещиваются;

г) если две прямые пересекают плоскость, то они параллельны;

д) прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек.

6. Через концы отрезка NM, не пересекающего плоскость α, и точку K - середину этого отрезка, проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках $N_1M_1K_1$ соответственно. Найдите длину отрезка NN_1, если $MM_1 = 16$, $KK_1 = 9$.

а) 2; б) 5; в) 12; г) 12,5; д) другой ответ.

7. В треугольнике ABC точки F и E принадлежат сторонам CB и AB соответственно, причем $BE: EA = 2 : 3$. Через эти точки провели плоскость, параллельную AC. Найдите отношение $BF: FC$.

а) 3 : 2; б) 2:3; в) 3 : 5; г) 2 : 5;

д) определить нельзя.

8. Прямая a параллельна плоскости α, точка M принадлежит этой плоскости. Выберите верное утверждение.

а) Точка M принадлежит прямой a;

б) любая прямая, проходящая через точку M, будет параллельна прямой a.

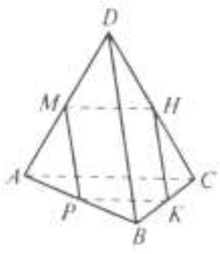
в) в плоскости а существует прямая, проходящая через точку M и параллельная прямой a;

г) существует прямая, не лежащая в плоскости α, которая проходит через точку M и параллельная прямой a;

д) в плоскости α существуют две прямые, проходящие через точку M и параллельные прямой a.

9. На рис. 10 точки M, H, K — середины соответственно сторон AD, DC, CB. MP║BCD. Найдите периметр четырехугольника $MHKP$, если $AC = 10$, $BD = 8$.

а) 18; б) 26; в) 28; г) 36; д) определить нельзя.



10. На сторонах DE и DF треугольника DEE взяли соответственно точки A и B так, что AB=6 см, $EA : DA = 2 : 3$, провели плоскость через точки E и F параллельно к отрезку AB. Найдите длину отрезка EF.

а) 9 см: б) 10 см; в) 4 см;

г) определить нельзя; д) 3,6 см.

Тест № 4. Параллельность плоскостей

1 вариант

1. Выберите верное утверждение.
а) Отрезки прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны:
б) если две плоскости имеют общую точку, то они пересекаются;
в) если две плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны;
г) если две прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны;
д) две плоскости называются параллельными, если имеют общую точку.

2. Плоскости α и β параллельны плоскости γ, тогда плоскости α и β:
а) пересекаются; б) совпадают;
в) параллельны; г) скрещиваются;
д) взаимное расположение плоскостей не определить.

3. Параллелограммы $ABCD$ и ABC_1D_1 лежат в разных плоскостях, тогда CC_1D_1D представляет собой:
а) параллелограмм; б) трапецию; в) ромб;
г) произвольный четырехугольник;
д) прямоугольник.

4. Сторона AC треугольника ABC лежит в плоскости α. Через середину стороны BA - точку M - проведена плоскость β, параллельная плоскости α и пересекающая BC в точке K. Найдите MK, если AC = 10см.
а) 10 см; б) 5 см; в) 2,5 см; г) 20 см; д) определить нельзя.

5. Параллельные плоскости α и β пересекают стороны угла B в точках A_1, C_1, и A_2, C_2 соответственно. Найдите BC_1 если $A_1B : A_1A_2 = 1:3$, $BC_2 = 12$ см.
а) 1,5 см; б) 3 см; в) 6 см; г) 9 см; д) 4 см.

6. Отрезки AB и CD лежат соответственно в параллельных плоскостях α и β. Что можно сказать о взаимном расположении прямых AD и BC?
а) Пересекаются; б) скрещиваются;
в) параллельны; г) ничего сказать нельзя;
д) при разных условиях выполняются утверждения пунктов $a – b$.

7. Точка B не лежит в плоскости треугольника ACD. точки M, N, P - середины отрезков BA, BC, BD соответственно. Найдите площадь треугольника MNP, если площадь треугольника ACD равна 48 см^2.
а) 48 см^2; б) 24 см^2; в) 12 см^2;
г) 96 см^2; д) 192 см^2.

8. Прямая a параллельна одной из двух параллельных плоскостей. Выберите верное утверждение.
а) Прямая a либо параллельна другой плоскости, либо лежит в ней;
б) прямая a параллельна другой плоскости;
в) прямая a пересекает другую плоскость;
г) прямая a лежит в другой плоскости;
д) про взаимное расположение прямой a с другой плоскостью ничего сказать нельзя.

9. Три отрезка A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2, не лежащие в одной плоскости, имеют общую середину,

тогда плоскости $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$
а) совпадают; б) имеют общую точку; в) скрещиваются; г) пересекаются;
д) параллельны.

10. Точка M не лежит в плоскости α. Где расположены все прямые, проходящие через точку M и параллельные плоскости α?
а) В плоскости α;
б) в плоскости, проходящей через точку M и пересекающей плоскость α;
в) в плоскости, не проходящей через точку M и параллельной плоскости α;
г) в плоскости, проходящей через точку M и параллельной плоскости α;
д) во всех случаях, указанных в пунктах *а – г.*

2 вариант

1. Выберите верное утверждение.
а) Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны;
б) если две плоскости имеют общую точку, то они совпадают;
в) если две плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны;
г) если две прямые одной плоскости соответственно скрещиваются с двумя прямыми другой плоскости, то эти плоскости параллельны;
д) две плоскости называются пересекающимися, если они не имеют общих точек.

2. Плоскости α и β пересекаются, тогда любая плоскость γ:
а) параллельна плоскостям α и β;
б) обязательно пересечет обе плоскости;
в) пересечет только одну из двух плоскостей;
г) пересечет хотя бы одну из двух плоскостей;
д) совпадет хотя бы с одной из двух плоскостей.

3. Через вершины параллелограмма $ABCD$, лежащего в одной из двух параллельных плоскостей, проведены параллельные прямые, пересекающие вторую плоскость в точках A_1, B_1, C_1, D_1 . Тогда $A_1B_1C_1D_1$ представляет собой:
а) параллелограмм; б) трапецию;
в) произвольный четырехугольник;
г) прямоугольник; д) ромб.

4. Точка K лежит между параллельными плоскостями α и β. Прямые a и b, проходящие через точку K, пересекают плоскость α в точках A_1 и B_1, а плоскость β в точках A_2 и B_2, соответственно. Найдите KB_1, если $A_1K : A_1A_2 = 1 : 3$. $B_1B_2 = 15$ см.
а) 3,75 см; б) 5 см; в) 7,5 см; г) 10 см; д) 12,5 см.

5. Сторона AB треугольника ABC лежит в плоскости β. Через середину стороны CA - точку P — проведена плоскость α, параллельная плоскости β, она пересекает сторону BC в точке E. Найдите AB, если $PE = 7$ см.
а) 3,5 см; б) 7 см; в) 10,5 см; г) 14 см;
д) определить нельзя.

6. Отрезки AB и CD лежат соответственно в параллельных плоскостях α и β. Что можно сказать о взаимном расположении прямых AC и DB?
а) Пересекаются; б) скрещиваются;
в) параллельны;

г) при разных условиях выполняются утверждения пунктов *а – в;*
д) ничего сказать нельзя.

7. Точка *B* не лежит в плоскости треугольника *ACD,* точки *M, N, P* — середины отрезков *BA, BC, BD* соответственно. Найдите площадь треугольника *ACD,* если площадь треугольника *MNP* равна 48 см^2.
а) 48 см^2; б) 24 см^2; в) 12 см^2; г) 96 см^2; д) 192 см^2.

8. Прямая *a* пересекает плоскость α. Выберите верное утверждение.
а) Прямая *a* пересекает также любую плоскость, параллельную плоскости α;
б) прямая *a* лежит в плоскости, параллельной плоскости α;
в) прямая *a* скрещивается с любой прямой плоскости α;
г) любая плоскость, проходящая через прямую *a*, параллельна плоскости α;
л) существует плоскость, проходящая через прямую *a,* параллельная плоскости α.

9. Известно, что $a \| \alpha$, $b \| \alpha$, $a \| \beta$, $b \| \beta$. Каким должно быть взаимное расположение прямых *a* и *b,* если плоскости α и β параллельны?
а) Другой ответ; б) должны совпадать;
в) должны быть параллельными или скрещивающимися;
г) должны быть параллельными или пересекающимися;
д) должны быть скрещивающимися или пересекающимися.

10. Три отрезка D_1D_2, E_1E_2, F_2F_2, не лежащие в одной плоскости, имеют общую середину, тогда плоскости $D_1E_1F_1$ и $D_2E_2F_2$:
а) параллельны; б) совпадают;
в) имеют общую точку; г) скрещиваются; д) пересекаются.

Тест № 5. Тетраэдр и параллелепипед

1 вариант

I. Дан тетраэдр *ABCD,* у которого противоположными ребрами являются:
а) *AC* и *DC;* б) *AC* и *DB;* в) *AB* и *DA;*
г) *AC* и *BC;* д) *AC* и *DA.*

2. Треугольник со сторонами 3 см, 4 см и 5 см согнули по его средним линиям и получили модель тетраэдра. Найдите площадь каждой грани полученной модели.
а) Все грани имеют площадь 3 см^2;
б) две грани имеют площадь 3 см^2, а две другие — 1,5 см^2;
в) все грани имеют площадь 1,5 см^2;
г) одна грань имеет площадь 1,5 см^2, а остальные — 3,5 см^2;
д) все грани имеют площадь 6 см^2.

3. В тетраэдре *DABC* углы *DBC, DBA* и *ABC* равны 90°, *DB* = *AB* = *BC* = 2 см. Найдите площадь грани *DAC.*
а) $2\sqrt{5}$ см^2; б) $2\sqrt{6}$ см^2; в) $2\sqrt{3}$ см^2;
г) 4 см^2; д) $8\sqrt{3}$ см^2.

4. Дан тетраэдр *ABCD.* Точка *M* — середина ребра *AD,* точка *N* лежит на ребре *AB* так, что *AN* : *NB* = 3 : 1, К – середина *BC.* Тогда сечением тетраэдра плоскостью *MNK* является:
а) треугольник; б) параллелограмм;

в) произвольный четырехугольник;
г) пятиугольник; д) шестиугольник.

5. Дан тетраэдр *ABCD,* все ребра которого равны 6 см. Точки *M, N, K* — середины соответственно ребер *AB, AC* и *CD*, тогда периметр сечения тетраэдра плоскостью *MNK* равен:
а) 24 см; б) 12 см; в) 6 см; г) 18 см; д) 9 см.

6. Какое из следующих утверждений верно?
а) Параллелепипед состоит из шести треугольников;
б) противоположные грани параллелепипеда имеют общую точку;
в) диагонали параллелепипеда пересекаются и делятся в отношении 2:1, начиная от вершины нижнего основания;
г) две грани параллелепипеда, не имеющие общего ребра, называются смежными;
д) существуют тетраэдр и параллелепипед, у которых одинаковая площадь полной поверхности.

7. Три ребра параллелепипеда равны 3 м, 4 м и 5 м. Найдите сумму длин всех его ребер.
а) 12 м; б) 18 м; в) 24 м; г) 48 м; д) 36 м.

8. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ Точки *M,N, K*-середины соответственно ребер AA_1, B_1C_1 и *CD*. Сечение куба плоскостью *MNK* представляет собой:
а) треугольник; б) четырехугольник; в) пятиугольник; г) шестиугольник;
д) семиугольник.

9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ - параллелепипед. Прямая *BE* лежит в плоскости A_1BD, тогда прямая *BE* параллельна плоскости:
а) DA_1D_1; б) AA_1B_1; в) CB_1D_1;
г) CDD_1; д) $A_1B_1D_1$.

10. Сумма всех ребер параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна 120 см. Найдите длину каждого ребра параллелепипеда, если $AB : BC = 4 : 5$, $AA_1 : BC = 3 : 5$.
а) Четыре ребра по 40 см, четыре - по 30 см, четыре — по 50 см;
б) четыре ребра по 10 см, четыре - по 7,5 см, четыре — по 12,5 см;
в) четыре ребра по 8 см, четыре - по 10 см, четыре — по 12 см;
г) все ребра по 10 см;
д) найти длины ребер невозможно.

2 вариант

1. Дан тетраэдр *MNPK,* у которого противоположными ребрами не являются:
а) *MN* и *PK;* б) *MP* и *NK;* в) *MK* и *PN;*
г) *MN* и *NP;* д) определить нельзя.

2. Треугольник со сторонами 13 см, 12 см и 5 см согнули по его средним линиям и получили модель тетраэдра. Найдите площадь каждой грани полученной модели.
а) Все грани имеют площадь 7,5 см^2;
б) все грани имеют площадь 15 см^2;
в) две грани имеют площадь 7,5 см^2, а две другие — 15 см^2;
г) одна грань имеет площадь 7,5 см^2, а остальные - 17,5 см^2;
д) все грани имеют площадь 30см^2.

3. В тетраэдре *DABC* углы *DBC*, *DBA* и *ABC* равны 60°, $DB = AB = BC = 4$ см. Найдите площадь грани *DAC*.

а) $4\sqrt{2}$ см²; б) $4\sqrt{3}$ см²; в) $4\sqrt{6}$ см²;

г) $4\sqrt{5}$ см²; д) 8 см².

4. Дан тетраэдр *KLMN*. Точка *A* — середина ребра *KL*, точка *B* лежит на ребре *LM* так, что $LB : BM = 2:3$, точка С — середина *MN*, тогда сечением тетраэдра плоскостью *ABC* является:

а) произвольный четырехугольник;

б) треугольник; в) трапеция;

г) пятиугольник; д) шестиугольник.

5. Дан тетраэдр *DABC*, все ребра которого равны 10 см. Точки *К*, *L*, *М* — середины соответственно ребер *AD*, *AB* и *CB*. Найдите периметр сечения тетраэдра плоскостью *KLM*.

а) 40 см; б) 20 см; в) 10 см; г) 5 см; д) 15 см.

6. Какое из следующих утверждений верно?

а) Тетраэдр состоит из четырех параллелограммов;

б) смежные грани параллелепипеда параллельны;

в) диагонали параллелепипеда скрещиваются;

г) отрезок, соединяющий противоположные вершины параллелепипеда, называется его диагональю;

д) параллелепипед имеет всего шесть ребер.

7. Три ребра параллелепипеда равны 6 см, 8 см и 10 см. Найдите сумму длин всех его ребер.

а) 72 см; б) 24 см; в) 48 см; г) 60 см; д) 96см.

8. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точки *К*, *L*, *М* - середины соответственно ребер BB_1, A_1D_1, и *CD*, тогда сечение куба плоскостью *KLM* представляет собой:

а) шестиугольник; б) пятиугольник; в) четырехугольник; г) треугольник;

д) семиугольник.

9. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — параллелепипед. Прямая *АК* лежит в плоскости ACD_1, тогда прямая *АК* параллельна плоскости:

а) D C_1D_1; б) AA_1D_1; в) BB_1C_1; г) *CDA*; д) A_1BC_1.

10. Сумма всех ребер параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна 112 см. Найдите длину каждого ребра параллелепипеда, если $AB : BC = 3 : 7$, $AA_1 : BC = 4 : 7$.

а) Все ребра по 9 см;

б) четыре ребра по 42 см, четыре – по 34 см, четыре – по 36 см;

в) четыре ребра по 14 см, четыре – по 6 см, четыре – по 8 см;

г) четыре ребра по 7,5 см, четыре – по 6,5 см, четыре – по 14 см;

д) найти длину ребер невозможно.

Тест № 6. Перпендикулярность прямой и плоскости

1 вариант

1. Какое из следующих утверждений неверно?

а) Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой;

б) прямая называется параллельной плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости;

в) две прямые, перпендикулярные к плоскости, параллельны;

г) если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости;

д) через любую точку пространства проходит прямая, перпендикулярная к данной плоскости, и притом только одна.

2. Две скрещивающиеся прямые взаимно перпендикулярны. Чему равен угол между ними?

а) 90°; б) 0°; в) 180°; г) 45°; д) определить нельзя.

3. Через вершину квадрата *ABCD* проведена прямая *AM*, перпендикулярная его плоскости. Какое из следующих утверждений неверно?

а) $MA \perp BD$; б) $MD \perp CD$; в) $MB \perp BC$; г) $MC \perp BC$: д) $MA \perp AC$.

4. Дан правильный треугольник *ABC* со стороной, равной 3. Точка *O* — центр треугольника, *OM* - перпендикуляр к его плоскости, *OM*= 1. Найдите расстояния от точки *M* до вершин треугольника.

а) $\sqrt{3}$; б) определить нельзя; в) 3; г) 1; д) 2.

5. Прямая *m* перпендикулярна к прямым *a* и *b*, лежащим в плоскости α, но *m* не перпендикулярна к плоскости α. Выясните взаимное расположение прямых *a* и *b*.

а) Параллельны; б) пересекаются;

в) скрещиваются; г) совпадают; д) определить нельзя.

6. Отрезок *AB*, равный 5 см, не имеет общих точек с плоскостью α. Прямые *AC* и *BD*, перпендикулярные к этой плоскости, пересекают ее в точках *C* и *D* соответственно. Найдите *BD*, если $CD = 3$ см, $AC = 17$ см, $BD < AC$.

а) Определить нельзя; б) 12 см; в) 13 см;

г) $17-\sqrt{3}$ см; д) 1 см.

7. Прямая перпендикулярна к двум плоскостям, тогда плоскости:

а) пересекаются; б) параллельны;

в) определить нельзя; г) скрещиваются;

д) совпадают.

8. В тетраэдре *DABC* $AD \perp AC$, $AD \perp AB$, $DC \perp BC$. Тогда прямая *BC* и плоскость *ADC*:

а) параллельны;

б) прямая лежит в плоскости;

в) прямая пересекает плоскость, но не перпендикулярна к плоскости;

г) прямая перпендикулярна к плоскости, но не пересекает плоскость;

л) перпендикулярны.

9. Расстояние от некоторой точки до плоскости квадрата равно 4 см, а до каждой из его вершин — 6 см. Найдите диагональ квадрата.

а) $2\sqrt{5}$ см; б) 5 см; в) $5\sqrt{2}$ см;

г) $2\sqrt{10}$ см; д) $4\sqrt{5}$ см.

10. Отрезок *AB* пересекает некоторую плоскость в точке О. Прямые *AD* и *BC*, перпендикулярные к этой плоскости, пересекают ее в точках *D* и С соответственно. Найдите длину *AB*, если $AD = 6$ см, $BC = 2$ см, $OC = 1{,}5$ см.

а) 8 см; б) определить нельзя; в) 14 см; г) 9 см; д) 12 см.

2 вариант

1. Если угол между двумя прямыми равен 90°, то эти прямые:
а) пересекаются; б) параллельны;
в) скрещиваются; г) перпендикулярны;
д) совпадают.

2. Какое из следующих утверждений неверно?
а) Если прямая перпендикулярна к двум прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости;
б) если прямая перпендикулярна к плоскости, то она ее пересекает;
в) если две плоскости перпендикулярны к прямой, то они параллельны;
г) если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны;
д) если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.

3. Если одна из двух скрещивающихся прямых перпендикулярна к плоскости, то будет ли перпендикулярна к этой плоскости вторая прямая?
а) Да; б) да, но при определенных условиях;
в) определить нельзя;
г) нет; д) другой ответ.

4. *ABCD* — квадрат со стороной, равной $\sqrt{2}$, *O* —точка пересечения его диагоналей, *OE* — перпендикуляр к плоскости *ABC*, $OE = \sqrt{3}$. Найдите расстояние от точки *E* до вершин квадрата.

а) Определить нельзя;

б) $\sqrt{2}$; в) $\sqrt{3}$; г) 1; д) 2.

5. Прямая *a* перпендикулярна к прямым *c* и *b*, лежащим в плоскости α, прямая *a* перпендикулярна к плоскости α. Каково взаимное расположение прямых *c* и *b*?
а) Параллельны; б) пересекаются;
в) параллельны или пересекаются;
г) совпадают; д) определить нельзя.

6. Отрезок *MH* не имеет общих точек с плоскостью α. Прямые *MK* и *HT*, перпендикулярные к этой плоскости, пересекают ее в точках *K* и *T* соответственно. Найдите *MH*, если *KT* = 5 см, *MK* = 4 см, *HT* = 6 см.

а) $\sqrt{29}$ см; б) 7 см; в) $3\sqrt{3}$ см; г) 3 см;

д) определить нельзя.

7. Одна из двух параллельных плоскостей перпендикулярна прямой, тогда:
а) другая плоскость параллельна прямой;
б) прямая лежит в другой плоскости;
в) другая плоскость перпендикулярна прямой;
г) прямая не пересекает другую плоскость;
д) выполняются все случаи, указанные в пунктах *а – г.*

8. Точка E не принадлежит плоскости прямоугольника $ABCD$. $BE \perp AB$, $BE \perp BC$. Тогда прямая CD и плоскость BCE:
а) параллельны; б) перпендикулярны;
в) скрещиваются; г) прямая лежит в плоскости;
д) перпендикулярны, но не пересекаются.

9. Расстояние от некоторой точки до плоскости квадрата равно 4 см, а до каждой из его сторон — 6 см. Найдите диагональ квадрата.
а) $2\sqrt{10}$ см; б) $5\sqrt{2}$ см; в) $5\sqrt{10}$ см;
г) $10\sqrt{2}$ см; л) $4\sqrt{10}$ см.

10. Отрезок MH пересекает некоторую плоскость в точке K. Через концы отрезка проведены прямые HP и ME, перпендикулярные к плоскости и пересекающие ее в точках P и E соответственно. Найдите длину отрезка PE, если HP = 4 см, HK = 5 см, ME = 12 см.
а) Определить нельзя;
б) 8 см; в) 10 см; г) 12 см; д) 14 см.

Тест № 7. Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью

1 вариант

1. Из точки M к плоскости α проведены две наклонные, длины которых 18 см и $2\sqrt{109}$ см. Их проекции на эту плоскость относятся как 3 : 4. Найдите расстояние от точки M до плоскости α.
а) $6\sqrt{5}$ см; б) 30 см; в) 6 см;
г) $3\sqrt{14}$ см; д) $2\sqrt{78}$ см.

2. Какое из следующих утверждений неверно?
а) Перпендикуляр и наклонная, выходящие из одной точки, имеют разную длину;
б) расстоянием от точки до плоскости называется длина перпендикуляра, проведенного изданной точки к данной плоскости;
в) равные наклонные, проведенные к плоскости из одной точки, имеют разные проекции;
г) проекцией точки на плоскость является точка;
л) углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и неперпендикулярной к ней, называется угол между прямой и ее проекцией на эту плоскость.

3. Расстояние от точки M до каждой из вершин правильного треугольника ABC равно 4 см. Найдите расстояние от точки M до плоскости ABC,если AB = 6 см.
а) 4 см; б) 16 - $2\sqrt{3}$ см; в) 8 см;
г) 6 см: д) 2 см.

4. Через точку A, удаленную от плоскости α на 4 см, проходит прямая, пересекающая

плоскость α в точке B. Найдите угол между прямой AB и плоскостью α, если длина отрезка AB равна 6 см.

а) $\arccos\frac{2}{3}$; б) $\arcsin\frac{2}{3}$; в) $\arcsin\frac{3}{2}$;

г) $arctg\frac{2}{3}$; д) $arcctg\frac{2}{3}$.

5. Из точки к плоскости проведены две равные наклонные. Величина угла между этими наклонными равна 60°. Величина угла между их проекциями равна 90°. Найдите угол между каждой наклонной и ее проекцией.
а) 90°; б)60°; в) 30°; г). 45°;
д) определить нельзя.

6. Отрезок, длина которого равна 10 см, пересекает плоскость. Его концы находятся соответственно на расстоянии 3 см и 2 см от плоскости. Найдите угол между данным отрезком и плоскостью.
а) 30°; б) 45°; в) определить нельзя; г) 60°; д) 90°.

7. Из точки A к плоскости α проведены две наклонные, одна длиннее другой на 1 см. Проекции наклонных равны 5 см и 2 см. Найдите расстояние от точки A до плоскости α.

а) 10 см; б) $5\sqrt{3}$ см; в) $5\sqrt{2}$ см:

г) 5 см; д) $5\sqrt{6}$ см.

8. Прямая CD перпендикулярна к плоскости остроугольного треугольника ABC, у которого CK — высота. Найдите расстояние от точки A до плоскости CDK, если $DA=\sqrt{2}$ см, а $\angle DAK=45°$.

а) $\sqrt{2}$ см; б) 2 см; в) $\sqrt{3}$ см;

г) 1 см; д) $\sqrt{5}$ см.

9. Точка M удалена от плоскости треугольника ABC на расстояние, равное 12, и находится на одинаковом расстоянии от его вершин. Найдите угол между прямой MA и плоскостью ABC, если $AC = CB = 8$, $\angle ACB = 120°$.

а) $\arccos\frac{3}{2}$; б) $\arcsin\frac{3}{2}$; г) $arctg\frac{3}{2}$;

г) $arcctg\frac{3}{2}$; д) $\arcsin\frac{2}{3}$.

10. В основании тетраэдра $KMPH$ лежит треугольник MPH с углом H, равным 90°. Прямая HK перпендикулярна к плоскости основания. Найдите расстояние от точки K до прямой MP, если $KH = 9$ см, $PH = 24$ см, $\angle MPH = 30°$.
а) 9 см; б) 12 см; в) 15 см; г) 18 см; д) 24см.

2 вариант

1. Из точки M к плоскости а проведены две наклонные, длины которых 18 см и 2v53см. Их проекции на эту плоскость относятся как 4 : 3. Найдите расстояние от точки M до плоскости а.
а) 34 см; б) 2>/17 см; в) 2 см;
г) 2л/77см; д) 10>/2см.

2. Какое из следующих утверждений неверно?
а) Перпендикуляр и наклонная, выходящие из одной точки, имеют равные длины;
б) проекцией прямой на плоскость является точка или прямая;
в) наклонные разной длины, проведенные к плоскости из одной точки, имеют проекции разных длин;
г) прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна к ее проекции;
д) расстояние от произвольной точки одной из параллельных плоскостей до другой плоскости называется расстоянием между параллельными плоскостями.

3. Расстояние от точки *К* до каждой из вершин квадрата *ABCD* равно 4 см. Найдите расстояние от этой точки до плоскости *ABC,* если *АВ* = 2 см.
а) 4-л/2 см; б) 14 см; в) 2 см;
г) л/Исм; д) 2л/5 см.

4. Через точку Л, удаленную от плоскости а на 3см, проходит прямая, пересекающая плоскость а в точке *В.* Угол между прямой *АВ* и плоскостью а равен arcsin0,6. Найдите длину отрезка *АВ.*
а) 4 см; б) 3 см; в) 6 см; г) 50 см; д) 5 см.

5. Из точки к плоскости проведены две равные наклонные. Величина угла между этими наклонными равна 60°. Найдите величину угла между их проекциями, если угол между каждой наклонной и ее проекцией равен 45°.
а) 30°; б) 45°; в) 60°; г) 90°; л) определить нельзя.

6. Концы отрезка, пересекающего плоскость, находился соответственно на расстоянии 3см и 2 см от нее. Величина угла между этим отрезком и плоскостью равна 30°. Найдите длину отрезка.
а) 2 см; б) 4 см; в) 6 см; г) 8 см; д) 10 см.
7. Из точки *А* к плоскости а проведены две наклонные, равные 6 см и 8 см. Найдите расстояние от точки *А* до плоскости а, если проекция одной из наклонных длиннее другой в 1,5>/2 раза.
а) Определить нельзя; б) 28 см;
в) 2^7 см; г) 7>/2см; д) 14 см.

8. Треугольник *ABC* — прямоугольный (Z.C= 90°), *LA* = 30°, *АВ* = 12. Точка *М* удалена на расстояние, равное 10, от каждой вершины треугольника. Найдите угол между прямой Л/Си плоскостью *ABC.*
а) arcsin0,8; б) arccos0,8; в) arctg0,8;
г) arcctg0,8; д) arcsin0,6.

9. В треугольнике *ABC* угол С — прямой, *LA* = 30°, ЛС=18см. Через **точку** С проведена прямая *СМ,* перпендикулярная **к** плоскости треугольника, *СМ* = 12 см. Найдите расстояние от точки *М* до прямой *АВ.*
а) 12 см; б) 15 см; в) 18 см; г) 9 см; д)6см.

10. Прямая *CD* **перпендикулярна** к плоскости остроугольного треугольника ***ABC,*** у которого *СК* —высота. Расстояние **от точки *А*** до плоскости *DKC* равно л/2 см. Найдите **длину» DA,** если *LDAK=45°.*
а) 2 см; б) л/2 см; в) 1 см; г) л/3см; д) ^5см.

Тест № 8. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей

1 вариант

1. Точка *A* находится на расстоянии 3 см и 5 см от двух перпендикулярных плоскостей. Найдите расстояние от точки *A* до прямой пересечения этих плоскостей.
а) $\sqrt{34}$ см; б) 4 см; в) 6 см;
г) $2\sqrt{7}$ см; д) $\sqrt{34}$ см.

2. Расстояния от точки М до вершин прямоугольного треугольника *ABC* ($\angle C = 90°$) равны. Какое из следующих утверждений верно?
а) Плоскости *MAB* и *ABC* перпендикулярны;
б) плоскости *MBC* и *ABC* перпендикулярны;
в) плоскости *MAC* и *ABC* перпендикулярны;
г) плоскости *MAC* и *MBC* перпендикулярны;
д) условия в пунктах *а* — *г* неверны.

3. Плоскости α и β пересекаются по прямой *c*. Плоскость у перпендикулярна плоскости α, но не перпендикулярна плоскости β. Выясните взаимное расположение прямой *c* и плоскости γ.
а) $c \cap \gamma$; б) $c \parallel \gamma$; в) $c \subset \gamma$;
г) определить нельзя;
д) с уверенностью можно сказать только то, что прямая *c* не перпендикулярна плоскости γ.

4. При пересечении двух плоскостей образовались двугранные углы, один из которых в два раза больше другого. Найдите градусную меру угла между этими плоскостями.
а) 30°; б) 60°; в) 90°; г) 120°; д) 150°.

5. Равнобедренные треугольники *ABC* и *BDC*, каждый из которых имеет основание *BC*, не лежат в одной плоскости. Их высоты, проведенные к основанию, равны 5 см, и расстояние между точками *A* и *D* также равно 5 см. Найдите градусную меру двугранного угла *ABCD*.
а) 60°; б)120°; в) 30°; г) 45°; д) 90°.

6. Отрезок *AM* является перпендикуляром к плоскости прямоугольника *ABCD*. Угол между прямой МС и этой плоскостью равен 30°. $AD = \sqrt{2}$, $CD = 2$. Найдите величину двугранного угла *MCDA*.
а) определить нельзя; б) 45°;
в) 30°; г) 60°; д) 90°.

7. Какое из следующих утверждений верно?
а) Двугранным углом называется фигура, образованная прямой *a* и двумя полуплоскостями с обшей границей *a*.
б) двугранный угол имеет бесконечное множество различных линейных углов;
в) градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла;
г) угол между пересекающимися плоскостями может быть тупым;
д) если одна из двух плоскостей проходит через прямую, пересекающую другую плоскость, то такие плоскости перпендикулярны.

8. Гипотенуза прямоугольного равнобедренного треугольника лежит в плоскости α, а ка-

тет наклонен к этой плоскости под углом 30°. Найдите угол между плоскостью α и плоскостью треугольника.
а) 90°; б) 60°; в) 45°; г) 30°;
д) определить нельзя.

9. Найдите двугранный угол *ABCD* тетраэдра *ABCD,* если углы *DAB, DAC* и *ACB* прямые, *AC*= *BC*= 5, *AD* = $5\sqrt{2}$.
а) $\arccos 5\sqrt{2}$; б) $\arcsin 5\sqrt{2}$;
в) $arcctg\sqrt{2}$; г) $arctg\sqrt{2}$:
д) определить нельзя.

10. В равнобедренном треугольнике *ABC AC* = *BC* = 2, $\angle BAC$ = 30°. Отрезок *CM* — перпендикуляр к плоскости *ABC*, *CM* =2V2. Найдите величину двугранного угла *MABC*.
а) arctg2; б) arctg2V3; в) определить нельзя;
г) arctg4; д) arctgV2.

2 вариант

1. Точка *A* находится на расстоянии 1 см от одной из двух перпендикулярных плоскостей. Найдите расстояние от точки *A* до второй плоскости, если расстояние до прямой их пересечения равно $\sqrt{5}$ см.
а) 2 см; б) $\sqrt{2}$ см; в) 1 см; г) $\sqrt{3}$ см; д) 4 см.

2. Расстояния от точки *M* до сторон прямоугольного треугольника ***ABC*** ($\angle C$ = 90°) равны. Какое из следующих утверждений верно?
а) Плоскости *MAB* и *ABC* перпендикулярны;
б) плоскости *MBC* и *ABC* перпендикулярны;
в) плоскости *MAC* и *ABC* перпендикулярны;
г) плоскости *MAC* и *MBC* перпендикулярны;
д) условия в пунктах а – *г* неверны.

3. Угол между двумя плоскостями равен 80°. Какое из следующих утверждений неверно?
а) Плоскости пересекаются;
б) в одной из плоскостей найдется прямая, перпендикулярная другой плоскости;
в) в одной из плоскостей все прямые не перпендикулярны другой плоскости;
г) в одной из плоскостей найдется прямая, параллельная другой плоскости;
д) плоскости не перпендикулярны.

4. При пересечении двух плоскостей образовались двугранные углы, градусная мера одного из которых на 30° больше градусной меры другого. Найдите градусную меру угла между этими плоскостями.
а) 105°; б) 90°; в) 75°; г) 60°; д) 45°.

5. Равнобедренные треугольники *ABC* и *BDC,* каждый из которых имеет основание *BC,* не лежат в одной плоскости. Их высоты, проведенные к основанию, равны 2 см, а расстояние между точками *A* и *D* равно $2\sqrt{2}$ см. Найдите градусную меру двугранного угла *ABCD*.
а) 60°; б) 120°; в) 30°; г) 45°; д) 90°.

6. В треугольнике ABC угол B – прямой, $BC = 2$.Проекцией этого треугольника на некоторую плоскость является треугольник BCD, $AD = \sqrt{2}$. Двугранный угол $ABCD$ равен 45°. Найдите угол между прямой AC и плоскостью BCD.
а) 30°; б) 45°; в) определить нельзя;
г) 60°; д) 90°.

7. Какое из следующих утверждений верно?
а) Градусная мера двугранного угла не превосходит 90°;
б) двугранным углом называется плоский угол, образованный прямой a и двумя полуплоскостями с обшей границей a ;
в) если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны;
г) угол между плоскостями всегда тупой;
д) все линейные углы двугранного угла различны.

8. Гипотенуза прямоугольного равнобедренного треугольника лежит в плоскости α , угол между плоскостью α и плоскостью треугольника равен 45°. Найдите градусную меру угла, под которым катет наклонен к плоскости α .
а) 90°; б) 60°; в) 45°;
г) определить нельзя; д) 30°.

9. Найдите двугранный угол $DABC$ тетраэдра $ABCD$, если ребро DC перпендикулярно к плоскости ABC, $AC=BC=AB=6$, $BD = 3\sqrt{7}$.
а) 90°; б) 60°; в) 45°; г) 120°; д) 30°.

10. В равнобедренном треугольнике HEP углы при основании HP равны 30°, высота треугольника $EM = \sqrt{3}$. Прямая KE перпендикулярна к плоскости HEP, HK= 6. Найдите величину двугранного угла $KHPE$.
а) $arctg 2$; б) $arctg 2\sqrt{3}$; в) определить нельзя; г) arctg4; д) $arctg 2\sqrt{2}$.

Тест № 9. Прямоугольный параллелепипед

1 вариант

1. Какое из следующих утверждений неверно?
а) Параллелепипед называется прямоугольным, если его боковые ребра перпендикулярны к основанию, а основания представляют собой прямоугольники;
б) в прямоугольном параллелепипеде все шесть граней - произвольные параллелограммы;
в) все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда - прямые;
г) куб является прямоугольным параллелепипедом;
д) квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.

2. Измерениями прямоугольного параллелепипеда называются:
а) длины трех произвольно взятых диагоналей;
б) длины трех равных ребер параллелепипеда;
в) длины трех ребер, имеющих общую вершину;
г) длины диагоналей основания параллелепипеда;
д) длины смежных сторон и диагонали параллелепипеда.

3. Найдите длину ребра куба, если длина его диагонали равна 18 см.

а) $6\sqrt{3}$ см; б) 6 см; в) $3\sqrt{2}$ см;

г) $\sqrt{6}$ см; д) 3 см.

4. Найдите длину диагонали прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны 2 м, 3 м и 5 м.

а) 10 м: б) 38 м; в) $\sqrt{10}$ м;

г) $\sqrt{38}$ м; д) $4\sqrt{2}$ м.

5. Найдите расстояние от вершины верхнего основания куба до центра нижнего основания, если диагональ грани куба равна $2\sqrt{2}$ см.

а) $2-\sqrt{2}$ см; б) $\sqrt{2}$ см; в) 2 см;

г) $\sqrt{5}$ см; д) $\sqrt{6}$ см.

6. Дам прямоугольный параллелепипед $ABCDAB_1C_1D_1$, у которого $BD_1 = d$, $AC = m$, $AB = n$. Найдите расстояние между прямой A_1C_1 и плоскостью ABC.

а) определить нельзя; б) $\sqrt{m^2-n^2}$;

в) $\sqrt{d^2-n^2}$ **;** г) $\sqrt{d^2-m^2}$; д) $\sqrt{d^2-m^2-n^2}$.

7. Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если AC_1 = 6 см, диагональ BD_1 составляет с плоскостью грани AA_1D_1D угол $30°$, а с ребром D_1D – угол $45°$.

а) 3 см, 3 см, $3\sqrt{2}$ см; б) 3 см, $3\sqrt{2}$ см, $3\sqrt{2}$ см;

в) $3\sqrt{2}$ см, $3\sqrt{2}$ см, $3\sqrt{2}$ см; г) 3 см, 3 см, 3 см;

д) $3\sqrt{2}$ см, 3 см, $3\sqrt{3}$ см.

8. Сколько двугранных углов имеет прямоугольный параллелепипед?

а) 6; б) 9; в) 12; г) 3; д) нет совсем.

9. Сумма площадей трех граней прямоугольного параллелепипеда, имеющих общую вершину, равна 404 дм^2, а его ребра пропорциональны числам 3, 7 и 8. Найдите длину диагонали параллелепипеда.

а) Определить нельзя; б) $2\sqrt{122}$ дм;

в) 488 дм; г) 36 дм; д) $4\sqrt{61}$ дм.

10. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 1 м, 2 м и 3 м. Определите угол между диагональю параллелепипеда и плоскостью основания.

а) $\arccos\frac{\sqrt{70}}{14}$; б) определить нельзя;

в) $\arccos\frac{\sqrt{182}}{14}$; в) $\arccos\frac{\sqrt{35}}{7}$; д) $45°$.

2 вариант

1. Какое из следующих утверждений верно?

а) В прямоугольном параллелепипеде все шесть граней — произвольные параллелограммы;

б) все двугранные углы параллелепипеда - острые;
в) прямоугольный параллелепипед, у которого все три измерения равны, называется кубом;
г) квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме трех его измерений;
д) параллелепипед называется прямоугольным,если его боковые ребра перпендикулярны к основанию.

2. Длины трех ребер, имеющих общую вершину, называются:
а) высотами прямоугольного параллелепипеда;
б) диагоналями прямоугольного параллелепипеда;
в) измерениями прямоугольного параллелепипеда;
г) диагоналями основания прямоугольного параллелепипеда;
д) смежными ребрами прямоугольного параллелепипеда.

3. Найдите длину ребра куба, если длина его диагонали равна 12 см.
а) 2 см; б) $2\sqrt{2}$ см; в) 4 см;
г) $4\sqrt{2}$ см; д) $4\sqrt{3}$ см.

4. Найдите длину диагонали прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны 3 см, 4 см и 5 см.
а) $5\sqrt{2}$ см; б) $2\sqrt{3}$ см; в) 50 см;
г) 12 см; д) $4\sqrt{2}$ см.

5. Расстояние от вершины верхнего основания куба до центра нижнего основания равно $2\sqrt{3}$ см. Найдите длину диагонали грани куба.
а) 8 см; б) 4 см; в) $2\sqrt{2}$ см; г) 2 см; д) 1 см.

6. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $BD_1=d$, $AC=m$, $AB = n$. Найдите расстояние между плоскостями ABB_1 и DCC_1.
а) $\sqrt{d^2-m^2-n^2}$; б) $\sqrt{d^2-m^2}$; в) $\sqrt{d^2-n^2}$;
г) $\sqrt{m^2-n^2}$; д) определить нельзя.

7. Найдите измерения прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если AC_1= 6 см, диагональ BD_1 составляет с плоскостью грани AA_1D_1D угол 45°, а с ребром DD_1 - угол 60°.
а) 3 см, 3 см, 3 см; б) $3\sqrt{2}$ см, 3 см, 3 см;
в) $3\sqrt{2}$ см, 3см, $3\sqrt{3}$ см; г) $3\sqrt{2}$ см, $3\sqrt{2}$ см, 3 см;
д) $3\sqrt{2}$ см, $3\sqrt{2}$ см, $3\sqrt{2}$ см.

8. Сколько двугранных углов имеет прямоугольный параллелепипед?
а) 4; б) 9; в) 12; г) 6; д) нет совсем.

9. Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 3 м, 4 м и 5 м. Определите угол между диагональю параллелепипеда и плоскостью основания.
а) 45°; б) $\mathrm{arctg}\,\frac{3}{5}$; в) $\mathrm{arctg}\,\frac{4}{5}$; г) $\arcsin\frac{3\sqrt{2}}{5}$;
д) определить нельзя.

10. Ребра прямоугольного параллелепипеда пропорциональны числам 3, 7 и 8. Длина диагонали параллелепипеда равна $2\sqrt{122}$ см. Найдите сумму площадей трех граней прямоугольного параллелепипеда, имеющих общую вершину.
а) 808 см^2; б) 404 см^2; в) 202 см^2;
г) 101 см^2; д) 303 см^2.

Тест № 10. Призма

1 вариант

1. Сколько ребер у шестиугольной призмы?
а) 18; б) 6; в) 24; г) 12; д) 15.

2. Какое наименьшее число граней может иметь призма?
а) 3; б) 4; в) 5; г) 6; д) 9.

3. Выберите верное утверждение.
а) У n-угольной призмы $2n$ граней;
б) призма называется правильной, если ее основания — правильные многоугольники;
в) у треугольной призмы нет диагоналей;
г) высота призмы равна се боковому ребру;
д) площадью боковой поверхности призмы называется сумма площадей всех ее граней.

4. Чему равны градусные меры двугранных углов, образованных боковыми гранями правильной пятиугольной призмы?
а) 90°; б) 105°; в) 120°; г) 108°; д) 72°.

5. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный прямоугольный треугольник ABC, у которого $\angle C = 90°$, а гипотенуза равна $6\sqrt{2}$ см. Через сторону AB и вершину С, проведено сечение. Найдите угол между плоскостью сечения и плоскостью основания, если длина бокового ребра равна 3 см.
а) 45°; б) $\text{arctg}\,\frac{1}{2}$; в) arctg2;
г) $\text{arctg}\,\frac{\sqrt{2}}{2}$; д) $\text{arctg}\,\sqrt{2}$.

6. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит прямоугольный треугольник ABC, у которого $\angle C= 90°$, $AC = 4$см, $BC=3$см. Через сторону AC и вершину B_1 проведена плоскость. Угол B_1AC равен 60°. Найдите площадь боковой поверхности призмы.
а) $12\sqrt{39}$ см^2; б) $35\sqrt{39}$ см^2; в) $6\sqrt{39}$ см^2;
г) определить нельзя;
д) $10\sqrt{39}$ см^2.

7. В правильной четырехугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ площадь основания равна 16 см^2. Найдите расстояние между прямыми AA_1 и B_1D.
а) 4 см; б) нельзя определить;
в) $4\sqrt{2}$ см; г) $2\sqrt{2}$ см; д) 2 см.

8. В правильной треугольной призме боковое ребро равно 3 см, а расстояние от вершины верхнего основания до середины противоположной стороны, нижнего основания равно 6 см. Найдите площадь полной поверхности призмы.

а) $(54 + 9\sqrt{3})$см^2; б) $21\sqrt{3}$ см^2;

в) $(18 + 3\sqrt{3})$см^2; г) 54 см^2; д) $27\sqrt{3}$ см^2.

9. В наклонной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ основанием служит прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C. Плоскость грани AA_1C_1C перпендикулярна к плоскости основания, тогда CC_1B_1B.

а) произвольный четырехугольник;

б) параллелограмм; в) трапеция;

г) ромб; д) прямоугольник.

10. В наклонной треугольной призме с боковым ребром, равным 10 см, площади двух граней равны 70 см^2 и 150 см^2, угол между ними — 60°. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

а) $367{,}5\sqrt{3}$ см^2; б) 350 см^2; в) определить нельзя;

г) $262{,}5\sqrt{3}$ см^2; л) 90 см^2.

2 вариант

1. Сколько граней у шестиугольной призмы?

а) 6; б) 8; в) 10; г) 12; д) 16.

2. Какое наименьшее число ребер может иметь призма?

а) 9; б) 8; в) 7; г) 6; д) 5.

3. Выберите верное утверждение.

а) У n-угольной призмы $2n$ ребер;

б) площадью полной поверхности призмы называется сумма площадей ее боковых граней;

в) у треугольной призмы две диагонали;

г) высота прямой призмы равна ее боковому ребру;

д) призма называется правильной, если в основании лежит правильный многоугольник.

4. Чему равны градусные меры двугранных углов, образованных боковыми гранями правильной шестиугольной призмы?

а) 72°; б) 108°; в) 90°; г) 120°; д) 105°.

5. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный прямоугольный треугольник ABC, у которого $\angle C = 90°$. Через сторону AB и вершину C_1 проведено сечение, составляющее угол 60° с плоскостью основания. Найдите длину AB, если длина бокового ребра равна 3 см.

а) Определить нельзя; Б) $\sqrt{3}$ см;

в) $2\sqrt{3}$ см; г) $3\sqrt{3}$ см; д) 1 см.

6. В основании прямой призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит прямоугольный треугольник ABC, у которого $\angle C = 90°$, $AC = 5$ см. Через сторону BC и вершину A_1 проведена плоскость. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если $\angle BA_1C = 30°$, $BA_1 = 10$ см.

а) $50(\sqrt{2} + 1)$см^2; б) $50\sqrt{2}$ см^2;

в) определить нельзя; г) 50 см^2; д) $50\sqrt{3}$ см^2.

7. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания равна $4\sqrt{3}$ см, точки E и F — середины ребер A_1B_1 и AC соответственно. Найдите расстояние между прямыми AA_1 и EF.
а) 4 см; б) нельзя определить;
в) 3 см; г) $4\sqrt{3}$ см; д) 6 см.

8. В правильной четырехугольной призме боковое ребро равно 3 см, а расстояние от вершины верхнего основания до середины противоположной стороны нижнего основания равно 6 см. Найдите площадь полной поверхности призмы.
а) Нельзя определить; б) 43,2 см^2;
в) $14{,}4\sqrt{15}$ см^2; г) $36\sqrt{15}$ см^2;
д) $(14{,}4\sqrt{15}+43{,}2)$ см^2.

9. Основанием наклонного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ служит прямоугольник $ABCD$. Плоскость грани AA_1D_1D перпендикулярна к плоскости основания, тогда CC_1D_1D:
а) параллелограмм; б) прямоугольник; в) ромб;
г) трапеция; д) произвольный четырехугольник.

10. В наклонной треугольной призме с боковым ребром, равным 5 см, площади двух граней равны 15 см^2 и 25 см^2, угол между ними равен 120°. Найдите площадь боковой поверхности призмы.
а) $\frac{3}{4}\sqrt{3}$ см^2; б) определить нельзя; в) 30 см^2;
4 г) 15 см^2; д) 75 см^2.

Тест № 11. Пирамида

1 **вариант**

1. Сколько ребер у шестиугольной пирамиды?
а) 6; б) 12; в) 18; г) 24; д) 8.

2. Какое наименьшее число граней может иметь пирамида?
а) 5; б) 12; в) 10; г) 6; д) 4.

3. Выберите верное утверждение.
а) Многогранник, составленный из *n* треугольников, называется пирамидой;
б) все боковые ребра усеченной пирамиды равны;
в) пирамида называется правильной, если ее основание - правильный многоугольник;
г) высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется апофемой;
д) площадью боковой поверхности усеченной пирамиды называется сумма площадей ее граней.

4. Боковые ребра треугольной пирамиды 7 см, 12 см, 5 см. Одно из них перпендикулярно к плоскости основания. Чему равна высота пирамиды?
а) нельзя определить; б) 12 см;
в) 5 см; г) 7 см; д) 8 см.

5. Основанием пирамиды $MABC$ служит прямоугольный треугольник ABC, у которого $\angle C = 90°$, $\angle A = 30°$, $BC = 6$ см. Боковые ребра наклонены к основанию под углом 60°. Найдите высоту пирамиды.

а) $6\sqrt{3}$ см; б) $6\sqrt{2}$ см; в) 6 см;
г) $3\sqrt{2}$ см; д) 3 см.

6. В пирамиде *MABC* боковое ребро *MA* перпендикулярно к плоскости основания *ABC,* а грань *MBC* составляет с ним угол 60°, $AB = AC = 10$ см, $BC = 16$ см. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
а) $(60\sqrt{3} + 144)$см^2; б) $(120\sqrt{3} + 48)$ см^2;
в) $(60\sqrt{3} + 96)$см^2; г) $(120\sqrt{3} + 144)$см^2;
д) $(30\sqrt{3} + 24)$см^2.

7. В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна 2 см, а высота — 4 см. Найдите угол наклона боковых ребер к плоскости основания.
а) $\operatorname{arctg}\sqrt{2}$; б) $\operatorname{arctg}\sqrt{3}$; в) $\operatorname{arctg} 2\sqrt{2}$;
г) $\operatorname{arctg} 2\sqrt{3}$; д) 45°.

8. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 4 см, а длина диагонали основания – $6\sqrt{2}$ см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
а) 96 см^2; б) 156 см^2; в) 36 см^2;
г) 60 см^2; д) 150 см^2.

9. Стороны оснований правильной треугольной усеченной пирамиды равны 4 дм и 2 дм, а боковое ребро равно 2 дм. Найдите высоту усеченной пирамиды.
а) $\sqrt{2}$ дм;
б) $\frac{2}{3}\sqrt{6}$ дм;
в) $\frac{3}{2}\sqrt{6}$ дм;
г) $\sqrt{3}$ дм; д) $\sqrt{2}$ дм.

10. В правильной треугольной усеченной пирамиде стороны оснований равны 6 см и 3 см. Высота усеченной пирамиды равна $\frac{\sqrt{13}}{2}$ см. Найдите площадь боковой поверхности усеченной пирамиды.
а) 18 см^2; б) 9 см^2; в) 36 см^2;
г) 72 см^2; д) 27 см^2.

2 вариант

1. Сколько граней у шестиугольной пирамиды?
а) 6; б) 7; в) 8; г) 10; д) 12.

2. Какое наименьшее число ребер может иметь пирамида?
а) 6; б) 5 в) 4; г) 7; д) 8.

3. Выберите верное утверждение.
а) Высота пирамиды называется апофемой;
б) боковые грани усеченной пирамиды - прямоугольники;
в) площадь боковой поверхности пирамиды равна произведению периметра основания

на высоту;
г) пирамида называется правильной, если ее основание - правильный многоугольник;
д) усеченная пирамида называется правильной, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию.

4. Боковые ребра треугольной пирамиды равны 3 см, 4 см, 7 см. Одно из них перпендикулярно к плоскости основания. Чему равна высота пирамиды?
а) 7 см; б) 5 см; в) 4 см; г) 3 см; д) нельзя определить.

5. В основании пирамиды *MABC* лежит треугольник *ABC,* у которого $\angle ACB = 150°$, $BA = 6$ см. Боковые ребра на $2\sqrt{3}$ клонены к основанию под углом 45°. Найдите высоту пирамиды.
а) 6 см; б) 12 см; в) $2\sqrt{3}$ см;
г) $4\sqrt{3}$ см; д) $3\sqrt{2}$ см.

6. Основанием пирамиды *PEFM* служит равнобедренный треугольник *EFM,* у которого $EF = EM$, $FM = 20\sqrt{6}$ см. Боковое ребро *PE,* равное 10 см, перпендикулярно к плоскости основания. Угол между *PE* и плоскостью *MPF* равен 60°. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
а) $(100\sqrt{6}+150)$см^2; б) $(200\sqrt{6}+300)$см^2;
в) $(100\sqrt{6}+300)$ см^2; г) $(400\sqrt{6}+300)$ см^2;
д) $(200\sqrt{6}+150)$см^2.

7. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 2 см, а высота – 6 см. Найдите угол наклона боковых ребер к плоскости основания.
а) arctg 6; б) arctg 2; в) arctg $\sqrt{2}$;
г) 45°; д) arctg $3\sqrt{2}$.

8. Высота правильной треугольной пирамиды равна 12 см, высота основания – 15см. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
а) $73\sqrt{3}$ см^2; б) $195\sqrt{3}$ см^2; в) $270\sqrt{3}$ см^2;
г) 810 см^2; д) $120\sqrt{3}$ см^2.

9. Стороны оснований правильной треугольной усеченной пирамиды равны 4 дм и 2 дм, а боковое ребро равно 2 дм. Найдите высоту боковой грани усеченной пирамиды.
а) $\sqrt{3}$ дм; б) 2 дм; в) $\sqrt{2}$ дм; г) 1 дм; д)4дм.

10. В правильной четырехугольной усеченной пирамиде стороны оснований равны 8 см и 10 см. Высота усеченной пирамиды равна $\sqrt{3}$ см. Найди площадь боковой поверхности усеченной пирамиды
а) 72 см^2; б) 36 см^2; в) 24 см^2; г) 108 см^2; д)18см.

Тест № 12. Правильные многогранники

1 вариант

1. Какое из перечисленных геометрических тел не является правильным многогранником?
а) Правильный тетраэдр;
б) правильный гексаэдр;
в) правильная призма;
г) правильный додекаэдр;
д) правильный октаэдр.

2. Выберите верное утверждение.
а) Выпуклый многогранник называется правильным, если его грани — равные многоугольники, и в каждой его вершине сходится одно и то же число ребер;
б) не существует правильного многогранника, гранями которого являются правильные шестиугольники;
в) правильная треугольная пирамида и правильный тетраэдр — это одно и то же;
г) из всех правильных многогранников только правильный тетраэдр имеет центр симметрии;
д) разверткой боковой поверхности куба является правильный треугольник.

3. В правильном тетраэдре высота основания равна 6 см. Найдите площадь его полной поверхности.
а) $4\sqrt{3}$ см^2; б) $72\sqrt{3}$ см^2; в) $12\sqrt{3}$ см^2;

г) $24\sqrt{3}$ см^2; д) $36\sqrt{3}$ см^2.

4. Найдите угол между боковым ребром и плоскостью основания правильного тетраэдра.
а) $\arcsin\frac{1}{3}$; б) $\arccos\frac{1}{3}$; в) 30°; г) 60°; д) 45°.

5. Найдите угол между диагоналями куба.

а) $2\arcsin\frac{\sqrt{3}}{3}$; б) $\arcsin\frac{\sqrt{6}}{3}$; в) $\arcsin\frac{2\sqrt{6}}{3}$;

г) $2\arccos\frac{\sqrt{6}}{3}$; д) $\arccos\frac{\sqrt{6}}{3}$.

6. Найдите площадь полной поверхности куба, если расстояние от вершины верхнего основания до центра нижнего основания равно 6 см.
а) 24 см^2; б) $12\sqrt{6}$ см^2; в) 96 см^2; г) 12 см^2; д) 144 см^2.

7. Найдите площадь полной поверхности правильного октаэдра, если его ребро равно 6 см.

а) $36\sqrt{3}$ см^2; б) $72\sqrt{3}$ см^2; в) $12\sqrt{3}$ см^2;

г) $24\sqrt{3}$ см^2;   д) $144\sqrt{3}$ см^2

8. Ребро правильного октаэдра равно 6 см. Найдите расстояние между двумя его противоположными вершинами.
а) 6 см; б) $6\sqrt{2}$ см; в) $6\sqrt{3}$ см; г) 12 см; д) $12\sqrt{2}$ см.

9. Какое из следующих утверждений неверно?
а) Сумма двугранных углов правильного тетраэдра и правильного октаэдра равна $180°$;
б) центры граней куба являются вершинами правильного октаэдра;
в) правильный додекаэдр состоит из 12 правильных пятиугольников;
г) сумма плоских углов при каждой вершине правильного икосаэдра равна $270°$;
д) куб и правильный гексаэдр — это одно и то же.

10. Правильный тетраэдр и правильный икосаэдр имеют равную площадь полной поверхности. Определите ребро правильного икосаэдра, если ребро правильного тетраэдра равно 6 см.
а) определить нельзя; б) $6\sqrt{5}$ см;

в) $1{,}2\sqrt{5}$ см; г) 6 см; д) $3\sqrt{5}$ см.

2 вариант

1. Какое из перечисленных геометрических тел не является правильным многогранником?
а) Правильный тетраэдр;
б) правильный додекаэдр;
в) правильный гексаэдр;
г) правильная пирамида;
д) правильный октаэдр.

2. Выберите верное утверждение.
а) Правильный многогранник, у которого грани являются правильными шестиугольниками, называется правильным гексаэдром;
б) сумма плоских углов при вершине правильного додекаэдра равна $324°$;
в) куб имеет два центра симметрии — по одному в каждом основании:
г) правильный тетраэдр состоит из 8 правильных треугольников;
д) всего существует 6 видов правильных многогранников.

3. В правильном тетраэдре высота основания равна 3 см. Найдите площадь его полной поверхности.
а) $4\sqrt{3}$ см^2; б) $8\sqrt{3}$ см^2; в) $6\sqrt{3}$ см^2;

г) $24\sqrt{3}$ см^2; д) $36\sqrt{3}$ см^2.

4. Найдите угол между боковой гранью и плоскостью основания правильного тетраэдра.

а) $\arcsin\frac{1}{3}$; б) $\arccos\frac{1}{3}$; в) 30°; г) 60°; д) 45°.

5. Найдите угол между диагональю куба и плоскостью его основания.

а) $2\arcsin\frac{\sqrt{3}}{3}$; б) $\arccos\frac{\sqrt{3}}{3}$;

в) $\arcsin\frac{2\sqrt{3}}{3}$;

г) $2\arccos\frac{\sqrt{3}}{3}$; д) $\arcsin\frac{\sqrt{3}}{3}$.

6. Найдите площадь полной поверхности куба, если расстояние от вершины верхнего основания до центра нижнего основания равно 3 см.
а) 24 см^2; б) $12\sqrt{6}$ см^2; в) 36 см^2;
г) 12 см^2; д) 144 см^2.

7. Найдите площадь полной поверхности правильного октаэдра, если его ребро равно 3 см.
а) $36\sqrt{3}$ см^2; б) $72\sqrt{3}$ см^2; в) $12\sqrt{3}$ см^2;
г) $18\sqrt{3}$ см^2; д) $144\sqrt{3}$ см^2.

8. Ребро правильного октаэдра равно 4 см. Найдите расстояние между двумя его противоположными вершинами.
а) $4\sqrt{2}$ см; б) 4 см; в) $4\sqrt{3}$ см;
г) 8 см; д) $8\sqrt{2}$ см.

9. Какое из следующих утверждений неверно?
а) Правильный тетраэдр не имеет центра симметрии;
б) центры граней куба являются вершинами правильного тетраэдра;
в) центры граней правильного октаэдра являются вершинами куба;
г) сумма плоских углов при каждой вершине куба равна 270°;
д) правильная треугольная пирамида не является правильным тетраэдром.

10. Правильный тетраэдр и правильный октаэдр имеют равную площадь полной поверхности. Определите ребро правильного тетраэдра, если ребро правильного октаэдра равно 3 см.
а) определить нельзя; б) $6\sqrt{2}$ см; в) $0{,}4\sqrt{2}$ см; г) 3см; д) $3\sqrt{2}$ см.

Тест № 13. Векторы в пространстве

1 вариант

1. Какое из следующих утверждений неверно?
а) Длиной ненулевого вектора $\overrightarrow{\acute{R}\hat{A}}$ называется длина отрезка AB;
б) нулевой вектор считается сонаправленным любому вектору;
в) $\overrightarrow{\acute{R}\hat{A}} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$;
г) разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор, сумма которого с вектором $\vec{b}$

равна вектору $\vec{a}$;
д) векторы называются равными, если равны их длины.

2. Упростите выражение:
$\overrightarrow{RN}+\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{AR}+\overrightarrow{D_1B}+\overrightarrow{B_1D_1}+\overrightarrow{DC}$, если $ABCDA_1B_1C_1D_1$ - параллелепипед.
а) $\overrightarrow{AC}$; б) $\vec{0}$; в) $\overrightarrow{BB_1}$ г) $\overrightarrow{DC}$; д) $\overrightarrow{BA}$.

3. Дана правильная треугольная пирамида *DABC,* сторона основания которой равна $\sqrt{3}$. Боковые ребра наклонены к основанию под углом 60°. Найдите
$\left|\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AC}\right|$.
а) 1; б) 2; в) $\sqrt{3}$; г) $\sqrt{5}$; д) $\sqrt{6}$.

4. Ребро куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно 1. Найдите $\left|\overrightarrow{DC_1}-\overrightarrow{DA_1}\right|$.
а) 1; б) 2; в) $\sqrt{2}$; г) $\sqrt{3}$; Д) $0{,}5\sqrt{2}$.

5. Укажите вектор x в тетраэдре *ABCD,* если
$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}-\vec{x}-\overrightarrow{CD}$.
а) $\overrightarrow{BD}$; б) $\overrightarrow{AB}$; в) $\overrightarrow{DC}$; г) $\overrightarrow{DB}$; д) $\overrightarrow{CD}$.

6. Диагонали параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ пересекаются в точке *O*. При каком значении k справедливо соотношение $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{CO}=k\overrightarrow{C_1A}$?
а) – 0,5; б) 0,5; в) 1; г) – 1; д) ни при каком.

7. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ A_1C_1 пересекает B_1D_1 в точке *M,* $\overrightarrow{B_1D_1}=x\overrightarrow{D_1M}$. Найдите x.
а) 0,5; б) -0,5; в) 1: г) -1; д) -2.

8. В правильной треугольной пирамиде *DABC* отрезок *DO* - высота. $\overrightarrow{DO}=x\overrightarrow{DA}+y\overrightarrow{DB}+z\overrightarrow{DC}$. Найдите x, y, z.
а) $x = 0{,}5$, $y = z = 0{,}25$; г) $x = 0{,}25$, $y = z = 0{,}5$;
б) $x = 0{,}5$, $y = z = -0{,}25$. д) $x = y = z = 0{,}25$.
в) $x = y = z = 0{,}5$;

9. Векторы $-\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{DF}-\overrightarrow{KF}$ и $\overrightarrow{MC}-\overrightarrow{MK}-\overrightarrow{EC}$ являются:
а) равными; б) противоположными:
в) сонаправленными; г) нулевыми:
д) коллинеарными.

10. Какое из следующих утверждений верно?
а) Сумма нескольких векторов зависит от того в каком порядке они складываются;
б) противоположные векторы равны;
в) для нахождения разности векторов необходимо чтобы они выходили из одной точки;
г) произведением вектора на число является число;
д) для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не выполняется равенство $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$.

2 вариант

1. Какое из следующих утверждений неверно?

а) Длиной нулевого вектора $\overrightarrow{AB}$ называется длина отрезка AB;
б) любая точка пространства рассматривается как нулевой вектор;
в) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$;
г) для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ выполняется равенство $\vec{a} + (-\vec{b}) = \vec{a} - \vec{b}$;
д) векторы называются равными, если они сонаправлены и равны их длины.

2. Упростите выражение: $\overrightarrow{B_1D_1} + \overrightarrow{C_1C} + \overrightarrow{C_1B} + \overrightarrow{AC_1} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{A_1D_1}$, если $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелепипед.

а) $\overrightarrow{\hat{A}_1\acute{R}_1}$; б) $\vec{0}$; в) $\overrightarrow{\acute{N}\acute{N}_1}$; г) $\overrightarrow{CA}$; д) $\overrightarrow{B_1C}$.

3. Основанием пирамиды $MABC$ служит прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90°$); $AC = 6$; $BC = 8$. Боковые ребра наклонены к основанию под углом $60°$. Найдите $\left|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CB}\right|$.

а) 6; б) 10; в) 8; г) $5\sqrt{3}$; д) 5.

4. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания равна 1, точка E – середина A_1C_1. Найдите $\left|\overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CB_1}\right|$.

а) 1; б) 2; в) $\sqrt{3}$; г) 3; д) $0{,}5\sqrt{3}$.

5. Укажите вектор $\vec{x}$ в тетраэдре $ABCD$, если $\overrightarrow{CD} = \vec{x} - \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{AC}$

а) $\overrightarrow{DB}$; б) $\overrightarrow{CD}$; в) $\overrightarrow{BA}$; г) $\overrightarrow{AB}$; д) $\overrightarrow{BD}$.

6. Диагонали параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ пересекаются в точке O. При каком значении k справедливо соотношение $k\left(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AO}\right) = \overrightarrow{A_1C}$?

а) 2; б) -2; в) 1; г) -1; д) ни при каком.

7. В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ A_1C пересекает B_1D в точке M, $\overrightarrow{\acute{R}_1\acute{N}} = x\overrightarrow{CM}$. Найдите x.

а) 0,5; б) -0,5; в) 1; г) -1; д) -2.

8. В тетраэдре $DABC$ медианы DE и CF грани DBC пересекаются в точке O. $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AO} + y\overrightarrow{AC} + z\overrightarrow{AB}$. Найдите x, y, z.

а) $x = y = -1$, $z = 3$; б) $x = z = -1$, $y = 3$;
в) $x = y = z = 3$; г) $x = 3$, $y = z = -1$;
д) $x = y = z = -1$.

9. Векторы $\overrightarrow{\acute{R}\acute{N}_1} - \overrightarrow{\acute{R}\acute{N}} + \overrightarrow{\acute{R}_1\acute{N}_1}$ и $\overrightarrow{\acute{R}_1\acute{R}} - \overrightarrow{\acute{N}\hat{A}} + \overrightarrow{\acute{R}\hat{A}}$ являются:

а) противоположными; б) коллинеарными;
в) сонаправленными; г) нулевыми;
д) равными.

10. Какое из следующих утверждений верно?

а) Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется такой вектор, разность которого с вектором $\vec{b}$

равна вектору $\vec{a}$;

б) если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны и $\vec{a} \neq \vec{0}$, то существует такое число *k,* что $\vec{b} = k\vec{a}$;

в) векторы называются равными, если они сонаправлены;

г) два вектора, коллинеарные ненулевому вектору, сонаправлены;

д) для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ выполняется равенство $\vec{r}(\vec{c}+\vec{b}) = \vec{b}\vec{c} + \vec{a}\vec{c}$.

Тест № 14. Компланарные векторы

1 вариант

1. Какое из следующих утверждений неверно?

а) Векторы называются компланарными, если при откладывании их от одной и той же точки они будут лежать в одной плоскости;

б) если вектор $\vec{c}$ можно разложить по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ т.е. представить в виде $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, где *x, y* – некоторые числа, то векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарны;

в) для сложения трех некомпланарных векторов используют правило параллелепипеда;

г) любые два вектора компланарны;

л) любые три вектора некомпланарны.

2. Известно, что $\overrightarrow{\acute{R}N} = \acute{o}\overrightarrow{\acute{R}\acute{A}} + \acute{o}\overrightarrow{AD}$. Тогда прямые AC и *BD:*

а) параллельны; б) пересекаются;

в) скрещиваются; г) совпадают;

д) выполняются все условия пунктов *а – г.*

3. Даны векторы $\vec{m} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$, $\vec{n} = 2\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$, $\vec{p} = 3\vec{a} - 4\vec{b} + \vec{c}$, $\vec{k} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$. Укажите тройку компланарных векторов.

а) $\vec{m}$, $\vec{n}$, $\vec{k}$; б) $\vec{m}$, $\vec{n}$, $\vec{p}$; в) $\vec{p}$, $\vec{n}$, $\vec{k}$;

г) таких троек нет; д) определить нельзя..

4. Дана пирамида *PABCD,* в основании которой лежит параллелограмм *ABCD.* Разложите вектор $\overrightarrow{PD}$ по векторам $\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PB}, \overrightarrow{PC}$.

а) $\overrightarrow{PC} - \overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB}$; б) $\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}$;

в) $\overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PB}$; г) $\overrightarrow{PC} - \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB}$;

д) $\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PA} - \overrightarrow{PC}$.

5. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — параллелепипед. Какой из предложенных векторов будет компланарен с векторами $\overrightarrow{AB_1}$ и $\overrightarrow{AC}$?

а) $\overrightarrow{BB_1}$; б) $\overrightarrow{C_1B_1}$; в) $\overrightarrow{DB_1}$; г) $\overrightarrow{CB_1}$; д) $\overrightarrow{CC_1}$.

6. Векторы $\vec{p}$, $\vec{a}$, $\vec{b}$ некомпланарны, если:

а) при откладывании из одной точки они не лежат в одной плоскости;

б) два из данных векторов коллинеарны;

в) один из данных векторов нулевой;

г) $\vec{p} = \vec{a} - \vec{b}$; д) $\vec{p} = \vec{a}$.

7. В тетраэдре $ABCD$ медианы основания BCD пересекаются в точке O. тогда вектор $\overrightarrow{AO}$ равен:

а) $\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})$; б) $\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})$

в) $-\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})$; г) $\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})$

д) $\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})$.

8. Даны векторы $\vec{c}=2\vec{a}-3\vec{b}$, $\vec{d}=3\vec{a}+2\vec{b}$, $\vec{p}=2\vec{c}-3\vec{d}$. Найдите коэффициенты x, y разложения вектора $\vec{p}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

а) x = 13, y = 0; б) x = - 5, y = -12;
в) x = 5, y = -12; г) x = -5, y = 0;
д) x = 5, y = 12.

9. Известно, что $2\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$, тогда векторы $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ являются:
а) некомпланарными; б) сонаправленными;
в) коллинеарными; г) нулевыми;
д) компланарными.

10. Даны параллелограммы $ABCD$ и $AB_1C_1D_1$. Тогда векторы $\overrightarrow{BB_1}$, $\overrightarrow{CC_1}$, $\overrightarrow{DD_1}$:
а) нулевые; б) равные; в) противоположные;
г) компланарные; д) некомпланарные.

2 вариант

1. Какое из следующих утверждений неверно?
а) Три вектора будут компланарными, если один из них нулевой;
б) если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарны, то вектор $\vec{c}$ можно разложить по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, т.е. представить в виде $\vec{c}=x\vec{a}+y\vec{b}$, где x, y — некоторые числа;
в) для сложения трех компланарных векторов не используют правило параллелепипеда;
г) любые два вектора некомпланарны;
д) три нулевых вектора компланарны.

2. Известно, что $\overrightarrow{AB}=x\overrightarrow{AC}+y\overrightarrow{AD}$, тогда прямые AB и CD:
а) параллельны; б) совпадают;
в) пересекаются; г) скрещиваются;
д) выполняются все условия пунктов *а – г.*

3. Даны векторы $\vec{m}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$, $\vec{n}=2\vec{a}-\vec{b}+2\vec{c}$, $\vec{p}=3\vec{a}-4\vec{b}+\vec{c}$, $\vec{k}=\vec{a}=3\vec{b}-\vec{c}$.
Укажите тройку компланарных векторов.
а) Определить нельзя; б) таких троек нет;
в) $\vec{m},\vec{n},\vec{k}$; г) $\vec{m},\vec{n},\vec{p}$; д) $\vec{p},\vec{n},\vec{k}$.

4. Дана пирамида $EABCD$, в основании которой лежит параллелограмм $ABCD$. Разложите вектор $\overrightarrow{EA}$ по векторам $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{ED}$.
а) $\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}$; б) $\overrightarrow{EB}-\overrightarrow{EC}-\overrightarrow{ED}$

в) $-\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}$; г) $\overrightarrow{EB}-\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{ED}$

д) $\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}-\overrightarrow{ED}$.

5. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — параллелепипед. Какой из предложенных векторов будет компланарен с векторами $\overrightarrow{CB_1}$, и $\overrightarrow{AA_1}$?

а) $\overrightarrow{CD}$; б) $\overrightarrow{A_1B_1}$; в) $\overrightarrow{AB_1}$; г) $\overrightarrow{CD_1}$; д) $\overrightarrow{CB}$.

6. Векторы $\vec{p}$, $\vec{a}$, $\vec{b}$ компланарны, если:

а) при откладывании из одной точки они не лежат в одной плоскости;

б) два из данных векторов равны;

в) если любой вектор можно разложить по данным векторам;

г) если их сумму можно найти с помощью правила параллелепипеда;

д) если их длины являются измерениями параллелепипеда.

7. В тетраэдре $ABCD$ медианы основания BCD пересекаются в точке O. Тогда вектор $\overrightarrow{OA}$ равен:

а) $\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})$; б) $-\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})$;

в) $-\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})$; г) $\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})$;

д) $-\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD})$.

8. Даны векторы $\vec{c}=2\vec{a}+3\vec{b}$, $\vec{d}=3\vec{a}-2\vec{b}$, $\vec{p}=-2\vec{c}+3\vec{d}$. Найдите коэффициенты x, y разложения вектора $\vec{p}$ по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

а) $x = 13$, $y = 0$; б) x =-5, y = -12;

в) x = 5, y = -12; г) x =-5, y = 0;

д) x = 5, y = 12.

9. Известно, что $2\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AD}$ тогда векторы $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$:

а) компланарны; б) некомпланарны;

в) коллинеарны; г) сонаправлены;

д) нулевые.

10. Даны параллелограммы $ABCD$ и $AB_1C_1D_1$. Тогда векторы $\overrightarrow{B_1B}$, $\overrightarrow{C_1C}$, $\overrightarrow{D_1D}$:

а) нулевые; б) равные; в) компланарные;

г) некомпланарные; л) противоположные.

Тест № 15. Итоговый

1 вариант

1. Плоскость α, параллельная стороне AB треугольника ABC, пересекает его в точках A_1, и B_1, лежащих на сторонах AC и BC соответственно. Найдите A_1C если AC=15 см., A_1B_1 = 4 см, AB = 20 см.
а) 3 см; б) 4 см; в) 10 см;
г) 12 см; д) 7,5 см.

2. Найдите расстояние от некоторой точки до плоскости квадрата, если расстояние от этой точки до всех его сторон равно 4 см. а сторона квадрата равна 2 см.
а) $\sqrt{13}$ см; б) $2\sqrt{3}$ см; в) $\sqrt{15}$ см;
г) $\sqrt{17}$ см; д) $3\sqrt{2}$ см.

3. Выберите верное утверждение.
а) Если плоскость пересекает одну из параллельных плоскостей, то она не пересекает другую;
б) противоположные ребра тетраэдра лежат на пересекающихся прямых;
в) если прямые скрещиваются, то расстояние между ними не определить;
г) все грани правильной усеченной пирамиды - прямоугольные трапеции;
д) проекцией точки на плоскость называется основание перпендикуляра, проведенною и этой точки к плоскости, если точка не лежит в плоскости, и сама точка, если она лежит в плоскости.

4. Основанием пирамиды является параллелограмм со сторонами 3 и 7 и одной из диагоналей равной 6. Высота пирамиды равна 4, ее основанием является точка пересечения диагоналей параллелограмма, лежащего в основании. Найдите боковые ребра пирамиды.
а) 5, 5, 5, 6; б) 5, 5, 6, 6; в) 5, 6, 6, 6;
г) 5, 5, 5, 5; д) 6, 6, 6, 6.

5. Основанием пирамиды $DABC$ является треугольник со сторонами AC= 13, AB = 15, CB = 14. Боковое ребро DA, равное 9, перпендикулярно к плоскости основания. Найдите площадь полной поверхности пирамиды.
а) 273; б) 630; в) 231; г) 315; д) 357.

6. Найдите площадь полной поверхности правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, если $AB = 2$ см, AA_1 = 1 см.
а) ($\sqrt{3}$+6) см^2; б) ($2\sqrt{3}$+3)см^2; в) ($\sqrt{3}$ + 3)СМ^2;
г) ($2\sqrt{3}$+6)см^2; д) ($4\sqrt{3}$+6)см^2.

7. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ AB = 2 см, AA_1 = 1 см. Найдите угол, который составляет прямая AB_1 с плоскостью ABC.
а) arctg 0,5; б) arctg 2; в) arctg $\sqrt{2}$;
г) arctg0,5 $\sqrt{2}$; д) 45°.

8. Найдите площадь сечения правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью ACB_1 при условии, что $AB = 2$ см, AA_1 = 1 см.
а) 4 см^2; б) 1 см^2; в) 6 см^2; г) 8 см^2; д) 2 см^2.

9. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$ у которой AB = 2 см, AA_1 = 1 см. Найдите угол между плоскостями AB_1C и ABC.
а) 60°; б) 45°; в) 30°; г) 120°; д) 90°.

10. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ AB = 2 см, AA_1 = 1 см. Найдите длину вектора $\overrightarrow{RR_1} - \overrightarrow{NR} + \overrightarrow{A_1A} - \overrightarrow{AN}$.
а) 1 см; б) 2 см; в) 3 см; г) 4 см; д) 5 см.

2 вариант

I. Плоскость α, параллельная стороне AB треугольника ABC, пересекает его в точках A_1 и B_1, лежащих на сторонах AC и BC соответственно. Найдите A_1A, если A_1C = 5 см, A_1B_1 = 7 см, AB = 21 см.
а) 12 см; б) 10 см; в) 15 см; г) 21 см; д) 5 см.

2. Расстояние от некоторой точки до плоскости квадрата равно 3 см. Сторона квадрата равна 4 см. Найдите расстояние от этой точки до всех его вершин, если вершины равноудалены от нее.
а) $4\sqrt{3}$ см: б) $\sqrt{15}$ см; в) $\sqrt{17}$ см;
г) $\sqrt{24}$ см; д) $3\sqrt{2}$ см.

3. Выберите верное утверждение.
а) Если плоскость пересекает одну из параллельных прямых, то она не пересекает другую;
б) противоположные ребра тетраэдра лежат на параллельных прямых;
в) наклонная всегда меньше перпендикуляра, если они проведены из одной точки;
г) все грани правильной треугольной призмы – правильные треугольники;
д) прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.

4. Площадь сечения правильной треугольной призмы, проведенного через боковое ребро и середину противолежащей стороны нижнего основания, равна $2\sqrt{3}см^2$. Найдите длину ребра этой призмы при условии, что все ее ребра равны.
а) 2 см; б) 1 см; в) 4 см; г) 3 см;
д) определить нельзя.

5. В прямом параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ AB= 2, $AD = 3\sqrt{2}$, $\angle BAD$ = 45°, $B_1D = \sqrt{19}$. Найдите площадь полной поверхности параллелепипеда.
а) $18\sqrt{2}+12$; б) $3\sqrt{2}+2$; в) $3\sqrt{2}+24$;
г) $18\sqrt{2}+24$; д) $18\sqrt{2}+18$.

6. Найдите площадь полной поверхности правильной четырехугольной пирамиды $EABCD$, если $AE = 2\sqrt{2}$ см, $AB = 2$ см.
а) ($\sqrt{7}$ +1)см^2; б) ($4\sqrt{7}$ + 1)см^2; в) ($\sqrt{7}$ +4)см^2;
г) ($4\sqrt{7}$ +4) см^2; д) $4\sqrt{7}$ см^2.

7.В правильной четырехугольной пирамиде $EABCD$ $AE = 2\sqrt{2}$ см, AB = 2 см. Найдите угол, который составляет прямая EC с плоскостью ABC.

а) 45°; б) 60°; в) 30°; г) 120°; д) 90°.

8. Найдите площадь сечения правильной четырехугольной пирамиды *EABCD* плоскостью *AEC* при условии, что $AE = 2\sqrt{2}$ см, $AB = 2$ см.
а) 1 см$^{2:}$; б) 2 см^2; в) $2\sqrt{2}$ см^2;
г) $\sqrt{3}$ см^2; д) $2\sqrt{3}$ см^2.

9. Дана правильная четырехугольная пирамида *EABCD*. у которой $AE = 2\sqrt{2}$ см, AB =2 см. Найдите угол между плоскостями *EBC* и *ABC*.
а) $\operatorname{arcctg}\sqrt{7}$; б) $\arcsin\frac{\sqrt{7}}{7}$; в) $\arccos\frac{\sqrt{7}}{7}$;
г) $\operatorname{arctg}\sqrt{7}$; д) 45°.

10. В правильной четырехугольном пирамиде *EABCD* $AE = 2\sqrt{2}$ см, $AB = 2$ см. Найдите длину вектора $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DE}$.
а) $2\sqrt{2}$ см; б) 2 см;
в) 1 см; г) $\sqrt{2}$ см;
д) 3 см.

СОДЕРЖАНИЕ